

Treball de Fi de Màster

Enginyeria Industrial

Disseny d'un kit d'assistència elèctrica a la pedalada per a bicicletes convencionals de quadre estàndard

MEMÒRIA

Autor: Sandra Orozco Martín
Director: Joaquim M. Veciana Fontanet
Convocatòria: Setembre 2017



Escola Tècnica Superior
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



Resum

L'objectiu d'aquest Treball de Fi de Màster és el disseny d'un kit per a la conversió d'una bicicleta convencional de quadre estàndard en una amb un sistema motriu elèctric auxiliar d'assistència a la pedalada. Les etapes de les quals consta aquest treball són les següents: en primer lloc, es realitza un estudi de solucions actuals i s'estableixen les especificacions de disseny. A continuació, es du a terme el dimensionat de l'actuador i es procedeix al disseny mecànic del sistema de transmissió i suport. Es valida la solució per mitjà de simulacions dinàmiques i la comprovació resistent d'alguns dels elements crítics: eixos, engranatges, rodaments de boles i carcassa. Finalment, es realitza un anàlisi econòmic i un anàlisi d'impacte ambiental.

Índex

1	Glossari	9
2	Prefaci	13
2.1	Origen del projecte	13
2.2	Motivació	13
3	Introducció	15
3.1	Objectius del projecte	15
3.2	Abast del projecte	15
4	Estudi de solucions actuals	17
4.1	Generalitats	17
4.2	Avantatges associats a l'ús de bicicletes elèctriques	18
4.3	Criteris de classificació	19
4.4	Normativa	24
4.5	Solucions actuals	27
5	Especificacions de disseny	33
5.1	Generalitats	33
5.2	Especificacions	33
6	Selecció de l'actuador	35
7	Estudi dinàmic del sistema	37
7.1	Estudi de resistències passives sobre el sistema	37
7.2	Parell necessari i relació de transmissió	39
8	Disseny	47
8.1	Posicionament del kit	47
8.2	Funcionament general	47
8.3	Força normal necessària al contacte corró-pneumàtic	49
8.4	Selecció de la corretja	51
8.5	Components i processos de fabricació	52
9	Comprovació resistent i simulació dinàmica	57
9.1	Comprovació de la resistència dels elements crítics	57

9.2	Engranatges	57
9.3	Comprovació de la vida a fatiga de l'eix central	62
9.4	Carcassa	73
9.5	Rodaments	75
10	Anàlisi econòmic	77
11	Anàlisi d'impacte ambiental	81
11.1	Cicle de vida d'un producte	81
11.2	Eficiència energètica de la xarxa	82
11.3	Extracció i processat	82
11.4	Manufactura	84
11.5	Ensamblatge, embalatge, emmagatzematge i transport	85
11.6	Ús, manteniment i consum energètic	85
11.7	Fi de vida	85
12	Conclusions	87
13	Agraïments	89

Índex de figures

1	Vendes mundials de bicicletes elèctriques l'any 2016, per regió.	17
2	Nombre de bicicletes elèctriques venudes a la Unió Europea del 2006 al 2014.	18
3	Comparació de les bateries	25
4	Posició del motor (a) al cub de la roda davantera o (b) posterior; (c) fricció a la roda davantera o (d) posterior; (e) i (f) a l'eix del pedalier	26
5	Posició de la bateria (a) sobre la roda posterior; (b) sota el travesser; (c) com a alforges posteriors; (d) sota el seient; (e) i (f) incorporades al motor	26
6	The Geoorbital Wheel	27
7	Copenhaguen Wheel	28
8	FlyKly Smart Wheel	28
9	Sunstar Virtus kit	29
10	Bafang BBS02 kit	29
11	Rubbee kit	30
12	GO-E ONWHEEL Kit	30
13	Kit Gboost Gold Universal	31
14	Velospeeder	31
23	Zones de posicionament del kit	47
24	Detall del muntatge de cadascuna de les rodes	48
29	Model CAD de la carcassa	53
30	Model CAD de la tapa	54
31	Model CAD de l'articulació	54
32	Model CAD d'un corró	54
33	Model CAD d'una articulació auxiliar	54
34	Models CAD dels eixos	55
35	Model CAD de les brides	55
36	Models CAD dels botons	55
38	Diagrama de forces del sistema: politja + engranatges + eixos + articulació + corrons.	64
39	Diagrama de les forces implicades en la transmissió per engranatges.	66
40	Diagrama de forces de la politja, l'engranatge i l'eix centrals.	67
41	Diagrama de forces de l'eix secundari 1 + engranatge + corró.	67
42	Diagrama de forces de l'eix secundari 2 + engranatge + corró.	68
43	Diagrama de forces de l'articulació.	69
44	Criteri de signes vectorial.	69

45	Diagrames d'esforços a l'eix central.	72
46	Model Ansys de la carcassa.	73
47	Tensions de Von Mises de la carcassa	74
48	Deformació de la carcassa	75
49	Cicle de vida d'un producte.	81
50	Evolució temporal de la generació elèctrica segons el tipus de central. . . .	82
51	Evolució temporal de les emissions de CO ₂ segons el tipus de central. . . .	83
52	Evolució temporal de les emissions de CO ₂ en g/MJ generat.	83

Índex de taules

1	Comparació entre motors DC amb i sense escombretes [7]	20
2	Característiques principals	24
3	Característiques del motor	35
4	Característiques bàsiques del pinyó i de les rodes	58
5	Altres característiques del pinyó i de les rodes	58
6	Cost dels materials	77
7	Cost de les peces a fabricar	79
8	Cost dels elements comercials	80
9	Cost total del projecte	80
10	Emissions de CO ₂ associades a l'extracció de materials	84
11	Emissions de CO ₂ associades a la utilització de maquinària	84

1 Glossari

α [°]	Pendent
α_0 [°]	Angle de pressió de generació de l'engranatge
a [Nm], b [Nm/(rad/s)]	Constants que defineixen l'equació característica del motor
A_p [m ²]	Àrea projectada de la bicicleta
b	Amplada de l'engranatge
c_D	Coefficient de resistència a l'avanç
C_1	Factor corrector de la longitud de la corretja dentada
C_2	Factor de servei de la corretja dentada
C_{0r} [N]	Capacitat de càrrega estàtica radial
C_r [N]	Capacitat de càrrega dinàmica radial
δ [m]	Coefficient de rodolament
d [m]	Diàmetre de la politja conductora
d_{ai} [m]	Diàmetre de cap de l'engranatge i
d_{bi} [m]	Diàmetre de base de l'engranatge i
d_{0i} [m]	Diàmetre primitiu de generació de l'engranatge i
d'_i [m]	Diàmetre de funcionament de l'engranatge i
D [m]	Diàmetre de la politja conduïda
e [m]	Distància entre els eixos de la corretja dentada
ε_α	Recobriments de perfil
E_c [W]	Energia cinètica del sistema persona + bicicleta + motor
E_p [W]	Energia potencial del sistema persona + bicicleta + motor
\dot{E}_m [W]	Derivada de l'energia mecànica del sistema
\dot{E}_c [W]	Derivada de l'energia cinètica del sistema
\dot{E}_p [W]	Derivada de l'energia potencial del sistema
F_t [N]	Força tangencial en el cercle de generació
g [m/s ²]	Acceleració de la gravetat
Γ_{\max} [Nm]	Parell màxim que pot assolir el motor
Γ_{motor} [Nm]	Parell motor
Γ_{rod} [Nm]	Parell de resistència al rodolament
Γ_{rp} [Nm]	Parell associat a les resistències passives
h [m]	Alçada del centre de gravetat respecte d'una referència arbitrària
i	Relació de transmissió

I_{motor} [kg·m ²]	Inèrcia del motor
I_{roda} [kg·m ²]	Inèrcia de la roda
K_A	Factor de servei de l'engranatge
K_{bL}	Factor de durada a fatiga en el peu de la dent
k_d	Coefficient de grandària
K_{HL}	Factor de durada a fatiga superficial
k_l	Coefficient del tipus de càrrega
K_f	Coefficient de concentració de tensions
K_V	Factor de velocitat de l'engranatge
K_M	Factor de distribució de la càrrega de l'engranatge
k_s	Coefficient d'acabat superficial
K_t	Relació entre la tensió màxima en un punt i la nominal
L [m]	Distància recorreguda al llarg de la vida útil
L_{corr} [m]	Longitud de la corretja dentada
m [kg]	Massa del conjunt persona + bicicleta
m_0 [mm]	Mòdul de generació dels engranatges
M_t [Nm]	Parell transmès a l'engranament
μ	Coefficient de frec mínim goma-pneumàtic
N	Nombre de cicles
P_A [W]	Potència associada a la resistència aerodinàmica
P_{corr} [W]	Potència corregida de la corretja dentada
P_d [W]	Potència de disseny de la corretja dentada
P_{fnc} [W]	Potència associada a les forces no conservatives
P_{rod} [W]	Potència associada a la resistència al rodolament
P_{rp} [W]	Potència associada a les resistències passives
q	Sensibilitat a l'entalla
ρ [kg/m ³]	Densitat de l'aire
R_m [N/mm ²]	Resistència a la tracció
r_{roda} [m]	Radi de la roda
σ'_a [MPa]	Tensió alternativa de Von Mises
σ_{adm} [N/mm ²]	Tensió resistent admissible a fatiga en el peu de la dent o superficial
σ_b [N/mm ²]	Tensió en el peu de la dent
σ_{blim} [N/mm ²]	Resistència a fatiga a flexió en el peu de la dent
σ_{eq} [MPa]	Tensió equivalent de Von Mises

σ_H [N/mm ²]	Pressió superficial de Hertz
σ_{Hlim} [N/mm ²]	Tensió admissible a fatiga superficial
S_f [N/mm ²]	Límit de fatiga d'una peça
S'_f [N/mm ²]	Límit de fatiga de la proveta estàndard
$\dot{\theta}_{motor}$ [rad/s]	Velocitat angular del motor
$\dot{\theta}_{roda}$ [rad/s]	Velocitat angular de la roda
$\ddot{\theta}_{motor}$ [rad/s ²]	Acceleració angular del motor
$\ddot{\theta}_{roda}$ [rad/s ²]	Acceleració angular de la roda
v [m/s]	Velocitat lineal de la bicicleta
W_b [mm]	Amplada de la corretja dentada
x	Coeficient de desplaçament de l'engranament
Y_β	Factor d'inclinació de l'engranatge
Y_ϵ	Coeficient de recobriment de l'engranatge
Y_F	Factor de forma de l'engranatge
Y_s	Coeficient de concentració de tensions
z_i	Nombre de dents de l'engranatge i
z_{corr}	Nombre de dents de la corretja dentada
Z_C	Factor geomètric
Z_E	Factor de material

2 Prefaci

2.1 Origen del projecte

Aquest projecte es du a terme com a Treball de Fi de Màster d'Enginyeria Industrial, especialitat mecànica, i busca ser un treball acadèmic que permeti posar en pràctica els coneixements adquirits al llarg dels estudis i, en particular, a les assignatures de Mecànica i Disseny Mecànic.

2.2 Motivació

Els mitjans de transport són, avui dia, un tema de major importància a les ciutats per dues raons principals. D'una banda, aquestes es troben cada cop més congestionades, dificultant la mobilitat dels seus habitants en el seu dia a dia. D'altra banda, la creixent preocupació pel canvi climàtic fa que la societat reclami alternatives sostenibles però també pràctiques als mitjans de transport clàssics.

En aquest context, una solució cada cop més popular és l'ús de bicicletes. Aquestes, però, suposen un esforç considerable per part de l'usuari que fa que alternatives contaminants com les motos siguin més atractives. Tot i l'existència al mercat de kits elèctrics d'ajuda a la pedalada, la majoria són cars i difícils d'instal·lar. Aquest treball busca trobar una solució senzilla que pugui ser aplicable a un gran nombre de bicicletes.

3 Introducció

3.1 Objectius del projecte

L'objectiu d'aquest Treball de Fi de Màster és el disseny d'un kit per a la conversió d'una bicicleta convencional de quadre estàndard en una amb un sistema motriu elèctric auxiliar d'assistència a la pedalada. Aquest kit ha de comportar una instal·lació senzilla i ser adaptable a un gran nombre de bicicletes. D'altra banda, la solució proposada busca aportar millores respecte de les opcions actuals existents al mercat. Finalment, el disseny es realitza tenint en compte els processos de fabricació i materials implicats amb l'objectiu d'obtenir una solució econòmica.

3.2 Abast del projecte

Aquest treball es centra en el disseny mecànic del kit, quedant fora de l'abast del projecte els components elèctrics (a excepció del motor) i electrònics del sistema, com són la bateria, el controlador, els sensors i les connexions entre aquests elements.

4 Estudi de solucions actuals

4.1 Generalitats

El terme *e-bike* fa referència a bicicletes que tenen un petit motor elèctric i bateries recarregables per assistir al pedaleig de l'usuari. Altres termes que també es fan servir són *pedelec*, que prové de l'anglès *pedaled electric cycle* (bicicleta elèctrica pedalejada), i *EPAC*, que vol dir *electric power-assisted cycle* (bicicleta elèctrica de potència assistida). Per ser definida com una bicicleta elèctrica, el vehicle ha de requerir el pedaleig per part de l'usuari, a diferència d'altres vehicles similars com les motocicletes. Una bicicleta elèctrica típicament pot arribar a assolir els 25 a 32 km/h segons les lleis del país en què es venen [1].

Les bicicletes elèctriques van aparèixer als anys 70 en resposta a la crisi energètica de la dècada, però no va ser fins als anys 90 que van començar a guanyar terreny dins l'àmbit del transport. El primer país en adoptar les bicicletes elèctriques com a principal mode de transport va ser la Xina, on les vendes d'aquest tipus de vehicle veuen un creixement exponencial des de principis dels anys 90.

La Figura 1 representa les vendes mundials de bicicletes elèctriques l'any 2016, per regió. Uns 32,8 milions van ser venuts a l'Àsia-Pacífic i es preveu que aquesta regió es mantingui com a mercat més important per a aquest tipus de vehicle en les properes dècades [2].

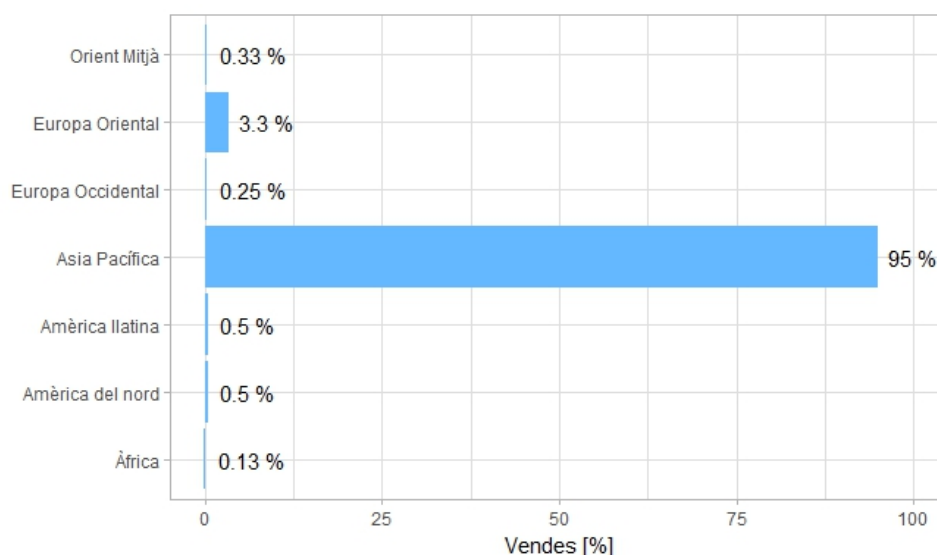


Figura 1: Vendes mundials de bicicletes elèctriques l'any 2016, per regió.

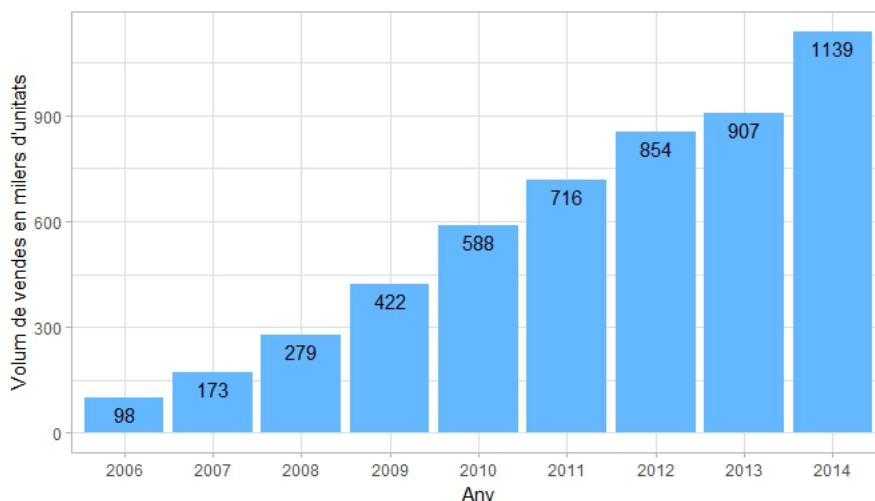


Figura 2: Nombre de bicicletes elèctriques venudes a la Unió Europea del 2006 al 2014.

A la Unió Europea també s'observa una tendència en el volum de vendes creixent amb els anys [3] tal i com mostra la Figura 2.

Es preveu que l'any 2023 es superaran els 40 milions de bicicletes elèctriques amb suport al pedaleig de fins a 25 km/h venudes a nivell mundial, de les quals uns 34.3 milions es vendran només a la Xina [4].

4.2 Avantatges associats a l'ús de bicicletes elèctriques

Existeixen molts avantatges associats a l'ús de bicicletes elèctriques en relació a altres tipus de vehicles. Entre ells, es poden destacar els següents:

- Cost energètic reduït en comparació amb altres mitjans de transport d'ús individual i eliminació d'altres costos, com per exemple l'assegurança, la llicència, el registre i els costos associats a l'aparcament que normalment van lligats a l'ús de vehicles. Es pot aproximar el cost associat a recórrer 1 km amb una bicicleta elèctrica (incloent el cost de l'energia, el cost de la compra i el cost de mantenició) a només 0,04 €, contra 0,62 €/km corresponents a anar en cotxe [5].
- Flux de trànsit. La majoria d'Estats permeten la circulació de les bicicletes elèctriques per carrils bici, evitant així els embussos de trànsit.
- Respecte pel medi ambient. És un vehicle que no produeix cap tipus d'emissions *in situ*. Per cada 800 km recorreguts en una bicicleta elèctrica, s'estalvien en promig 94 litres de benzina.

- Beneficis de salut. Incorporació de l'exercici als desplaçaments diaris.

4.3 Criteris de classificació

Existeixen diversos criteris de classificació de les bicicletes elèctriques independentment del seu ús. Aquests són el tipus de kit, el tipus de motor, l'ensamblatge del motor, el tipus d'accelerador, l'emplaçament del motor i el tipus de bateria. A continuació s'exposa, per a cada classificació, les diferents alternatives que existeixen així com els seus principals avantatges i inconvenients [6].

4.3.1 Tipus de sistema elèctric d'assistència a la pedalada

Els sistemes elèctrics d'assistència a la pedalada poden estar incorporats a la bicicleta o afegits. Aquelles bicicletes que l'incorporen de fàbrica solen ser d'alta gamma. Ofereixen unes bones prestacions i seguretat, un bon aspecte estètic, i poca o cap necessitat d'instal·lació. Solen anar associades, però, a costos elevats.

D'altra banda, aquells que són afegits comporten, en comparació, un menor cost. Solen oferir una major flexibilitat de muntatge, fent que siguin adequats per a diferents tipus de bicicletes. Es requereix, però, la seva instal·lació i s'ha de tenir en compte que les connexions podrien no ser tan robustes.

4.3.2 Tipus de motor

Els motors més usuals són els motors de corrent continu d'escombretes i sense escombretes o *brushless*. Els motors d'escombretes tenen l'avantatge de que són fàcils de controlar, però tenen una menor eficiència que els motors *brushless*. A més a més, les escombretes augmenten de forma considerable el tamany del motor, fet que pot dificultar el seu muntatge.

D'altra banda, els motors de tipus *brushless* tenen una major eficiència, un tamany i un pes reduït. Són fiables, silenciosos i tenen una alta durabilitat ja que no es produeix el desgast de les escombretes. Com que no hi ha debanats al rotor, no estan subjectes a acceleracions centrípètes i es poden refrigerar per conducció, sense necessitat de fer passar un corrent d'aire dins el motor. Això permet que el motor estigui completament tancat, protegint-lo de la brutícia. Requereixen, però, d'un controlador més complex. La Taula 1 presenta les característiques associades a aquests dos tipus de motor.

	Motor DC sense escombretes	Motor DC amb escombretes
Conmutació	Basada en sensors de posició d'efecte Hall	Per escombretes
Manteniment	Mínim	Periòdic
Durabilitat	Major	Menor
Eficiència	Alta Sense caiguda de tensió per les escombretes	Moderada
Potència de sortida/tamany	Alta; menor tamany degut a una millor dissipació de la calor	Baixa; la calor produïda a l'armadura es dissipa a l'interior, augmentant la temperatura i limitant les característiques
Inèrcia del rotor	Baixa	Alta
Rang de velocitat	Alt; sense limitacions mecàniques imposades per les escombretes	Baix; el límit el posen les escombretes
Soroll elèctric generat	Baix	Arcs a les escombretes
Cost de construcció	Alt degut als imants permanents	Baix
Control	Complexa i car; requereix sempre un controlador	Simple i econòmic

Taula 1: Comparació entre motors DC amb i sense escombretes [7]

4.3.3 Ensamblatge del motor

El motor es pot ensamblar a l'eix del pedalier, al cub de la roda davantera o posterior o transmetre el parell per fregament.

Els motors allotjats al cub de la roda, ja sigui aquesta davantera o posterior, s'anomenen motors *hub*. Existeixen motors de cub d'accionament directe que fan servir el cub de la roda com a part del motor elèctric i també motors amb reductor amb trens epicicloïdals. Els motors *hub* a la roda davantera permeten tracció 2x2, és a dir que les dues rodes de la bicicleta passen a ser motrius: el motor acciona la roda davantera mentre l'usuari acciona amb el pedaleig la roda posterior. Són fàcils d'instal·lar, però pot provocar incomoditat al ciclista pel fet que la roda davantera pot derrapar si el terreny té grava o pendent.

A més a més, el seu parell està limitat per la capacitat resistent de l'estructura de la roda. Els motors *hub* a la roda posterior ofereixen més bona adherència i el seu parell és menys limitat que en el cas anterior. Els inconvenients són que cal adaptar la pinyoneria al cub i que són més difícils de muntar i desmuntar degut a la presència de la cadena.

Els motors a l'eix del pedalier realitzen l'accionament a través del tren motriu de la bicicleta. Permeten pujar pendent llargues i pronunciades i la posició del motor i de la bateria fa que el pes es distribueixi a la part inferior central de la bicicleta. Aquest tipus de motor permet treure les rodes sense problemes i no limita el tipus de roda. L'inconvenient principal és el desgast que es produeix en els components de la transmissió (cadena, engranatges, etc.). L'eficiència depèn del fet que l'usuari seleccioni la marxa adequada.

Finalment, l'últim tipus d'ensamblatge es basa en un motor que fa girar un corró sobre un dels pneumàtics i fa servir la fricció per transmetre potència cap a la roda. L'avantatge d'aquest sistema és que pot funcionar en un rang important de bicicletes convencionals i alguns kits permeten una instal·lació ràpida. Tendeixen a ser sistemes simples. Els dos inconvenients a tenir en compte és que no funcionen bé en climes humits ja que la fricció disminueix de forma considerable i que no s'adhereixen bé a pneumàtics amb moltes protuberàncies.

4.3.4 Modes d'assistència

Quant als modes d'assistència, existeix l'assistència completa o la parcial. El mode d'assistència completa permet a l'usuari escollir entre un mode d'operació de bicicleta convencional, un mode combinat de pedaleig amb ajuda del motor o un mode en què el motor aporta tota la potència necessària al moviment. El principal avantatge d'aquest tipus de kits és que l'usuari pot escollir entre un gran nombre de modes d'operació segons les seves necessitats. L'inconvenient és, però, que segons el país aquest tipus de kit no està legalment permès.

D'altra banda, l'assistència parcial consisteix en què el motor només entrega potència quan l'usuari pedaleja. El nivell d'assistència es regula segons diferents inputs del propi usuari. El punt fort d'aquest tipus de sistemes és que compleixen els requeriments legals a més països que els d'assistència completa. L'inconvenient evident és que l'usuari sempre ha de pedalejar.

4.3.5 Tipus d'acceleradors

Els acceleradors es poden dividir en tres categories principals: els acceleradors de polze, els acceleradors de torsió i els polsadors.

Els acceleradors de polze es caracteritzen pel fet que redueixen el risc d'acceleració accidental però són, en general, menys confortables que altres tipus d'acceleradors.

Els acceleradors de torsió són similars als de les motocicletes, i per tant un usuari acostumat a aquest tipus de vehicles s'hi pot sentir còmode però cal tenir en compte que, en aquest cas, l'accelerador es pot girar de forma accidental.

Finalment, els polsadors són els acceleradors més econòmics. El seu principal inconvenient és la necessitat d'apretar el botó de forma repetitiva per aconseguir un control precís.

4.3.6 Tipus de bateria

Es poden destacar quatre tipus principals de bateries recarregables: de plom i àcid (PbA), de níquel i cadmi (NiCd), de níquel i hidrur metàl·lic (NiMH) i de ions de liti. A continuació s'exposen les principals característiques de cadascun d'aquests tipus i es realitza una taula comparativa [8].

Bateria de plom i àcid

Va ser inventada l'any 1859 pel físic francès Gaston Planté i és el tipus més antic de bateria recarregable. Es tracta de bateries barates i fàcils de fabricar. Són el tipus de bateria recarregable amb una menor autodescàrrega i poden treballar en un ampli rang de temperatures. Per contra, tenen una baixa energia específica, el temps de càrrega necessari per assolir una càrrega completa és llarg, no poden mantenir-se descarregades de forma prolongada, tenen un nombre de cicles reduït en comparació amb altres tipus de bateries i, pels seus components, no són respectuoses amb el medi ambient.

Existeixen dos tipus diferenciats de bateries de plom i àcid segons la seva aplicació: bateries d'arrencada, anomenades *Starter batteries*, i bateries de cicle profund, en anglès *Deep-Cycle batteries*. Les primeres es caracteritzen per la seva capacitat per produir un alt pic de potència durant un temps curt, i es fan servir per proveir l'elevat corrent necessari en motors d'arrencada. Les segones, per contra, estan previstes per proporcionar una potència contínua per a cadires de rodes, cotxes de golf i altres vehicles elèctrics.

Bateria de níquel i cadmi

Va ser inventada l'any 1899 per Waldemar Jungner, oferint diversos avantatges respecte les bateries de plom i àcid. És resistent i ofereix un nombre de cicles elevat. És la única bateria que pot ser recarregada de forma ràpida sense provocar fatiga. Pot ser emmagatzemada sense càrrega i treballa bé a baixes temperatures. És econòmica i existeix un ampli rang de mides i rendiments. Les seves principals limitacions són, en primer lloc, la seva baixa energia específica en comparació amb altres sistemes més nous. A més a més, té memòria, és a dir que necessita descàrregues completes de forma periòdica. El cadmi és un metall tòxic i per tant la seva deposició ha de ser controlada. Finalment, s'autodescarrega si no es fa servir.

Bateria de níquel i hidrur metàl·lic

Aquestes bateries van aparèixer com alternativa a les de níquel i cadmi, oferint un 40 % més d'energia específica que aquestes darreres tot i sent respectuoses amb el medi ambient. La primera bateria d'aquest tipus va sortir al mercat per a petites aplicacions l'any 1989 com una variació de la pila de níquel i hidrogen dels anys 70. Avui dia, són la principal competència de les bateries de ions de liti en el mercat dels vehicles híbrids elèctrics amb dos avantatges principals: el seu preu i la seva seguretat. Tenen poca memòria i el níquel que contenen és reciclable. Presenten, però, una vida de servei limitada i són sensibles tant a descàrregues importants com a sobrecàrregues. Generen calor durant la càrrega o descàrrega ràpida de la bateria i s'autodescarreguen ràpidament. El seu rendiment disminueix a altes temperatures.

Bateria de ions de liti

El liti és el metall més lleuger i proveeix una alta densitat d'energia per pes. La seva inestabilitat inherent, especialment durant la càrrega, va redirigir la investigació cap a solucions basades en ions de liti. Al 1991, Sony va comercialitzar la primera bateria de ions de liti i avui dia és el tipus de bateria més prometedor i amb un major creixement al mercat. Tot i que existeixen moltes variants d'aquest tipus de bateries segons el material del qual estigui format el càtode, totes elles presenten certs avantatges i inconvenients comuns. Aquestes bateries ofereixen una alta densitat energètica, permeten una càrrega ràpida i treballar a altes càrregues, presenten una vida llarga amb poc manteniment, una alta eficiència i una baixa autodescarrega. Les seves limitacions són el seu elevat cost, la seva sensibilitat a temperatures extremes i la necessitat d'incorporar un circuit de protecció per limitar la tensió i el corrent.

La Taula 2 i la Figura 3 resumeixen les principals característiques a tenir en compte per a cadascun dels tipus de bateria comentats.

	Plom i àcid	Níquel i cadmi	Níquel i hidrur metàl·lic	Ions de liti
Energia específica [Wh/kg]	30-50	45-80	60-120	90-250
Vida [cicles] ^a	200-300	1000	300-500	500-2000
Temps de càrrega [h]	8-16	1-2	2-4	1-4
Autodescàrrega/mes	5 %	20 %	30 %	5 %
Manteniment	3-6 mesos	Descàrrega completa cada 90 dies	Descàrrega completa cada 90 dies	Cap
Toxicitat	Molt alta	Molt alta	Baixa	Baixa
Cost [\$/kWh]	100-200	300-600	300-600	300-1000

^a El nombre de cicles està calculat suposant una profunditat de descàrrega del 80 %.

Taula 2: Característiques principals

4.3.7 Emplaçament del motor i de la bateria

L'emplaçament del motor va molt lligat al tipus d'ensamblatge. En general, quan aquest es situa a la part davantera de la bicicleta la seva instal·lació esdevé més senzilla i s'aconsegueix una millor distribució del pes. Aquesta disposició sol ser adequada per terrenys en bones condicions. L'inconvenient és que el lliscament de la roda davantera, en cas de produir-se, és més perillós que el de la roda posterior.

L'emplaçament del motor a la part posterior de la bicicleta assegura una millor tracció a l'hora de pujar pendents i és adequat per terrenys en mal estat. El principal inconvenient en aquest cas és la instal·lació, que es veu dificultada pels diferents elements del tren motriu de la bicicleta. Quant a la bateria, el seu emplaçament és molt divers. Els més habituals en cada cas es mostren a les Figures 4 i 5.

4.4 Normativa

La bateria i el motor de les bicicletes elèctriques poden generar una sèrie de riscos que no existeixen a les bicicletes convencionals. Per aquesta raó, les bicicletes elèctriques estan

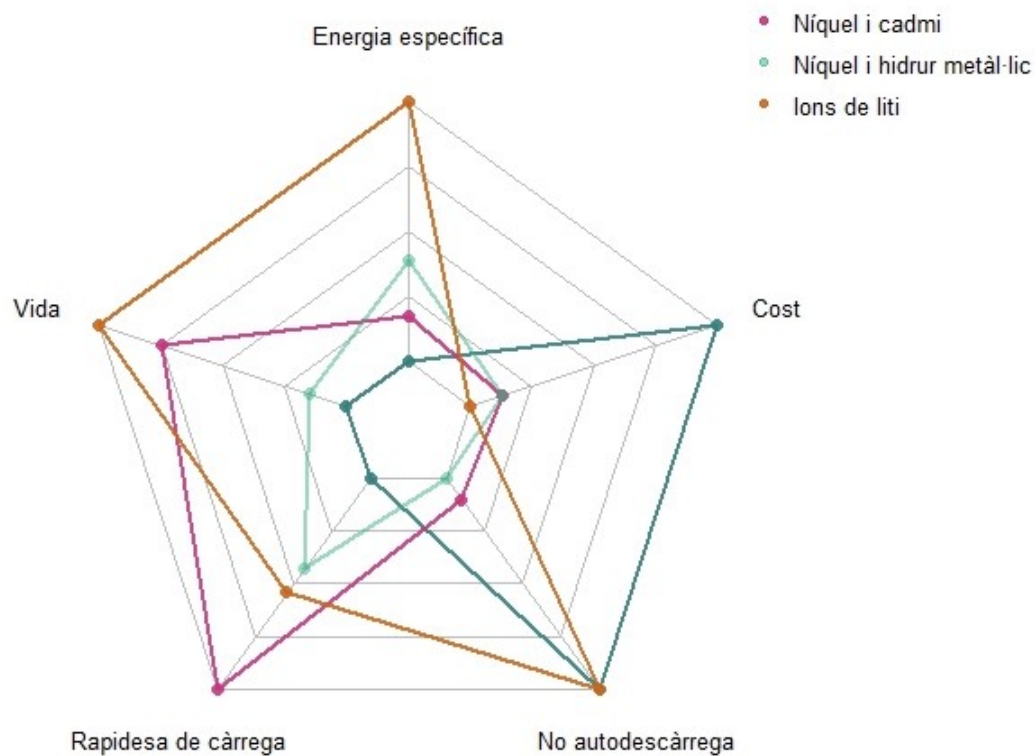


Figura 3: Comparació de les bateries

subjectes a un conjunt de normes i regulacions. En aquest apartat s'exposen aquelles que s'apliquen a la venda de bicicletes elèctriques a Europa per ser aquestes les més restrictives.

Segons el Reglament General de Vehicles (Reial Decret 2822/1998 [9]), es tenen les següents definicions:

- Cicle: Vehicle d'almenys dues rodes, accionat per l'esforç muscular de les persones que l'ocupen, en particular mitjançant pedals o maniveles.
- Bicicleta: Cicle de dues rodes.
- Bicicleta amb pedaleig assistit: Bicicleta que utilitza un motor, amb potència no superior a 0,5 kW com ajuda a l'esforç muscular del conductor. Dit motor haurà de parar-se quan es doni qualsevol de les dues situacions següents:
 - El conductor deixa de pedalejar o pressiona els frens.
 - La velocitat supera els 25 km/h.

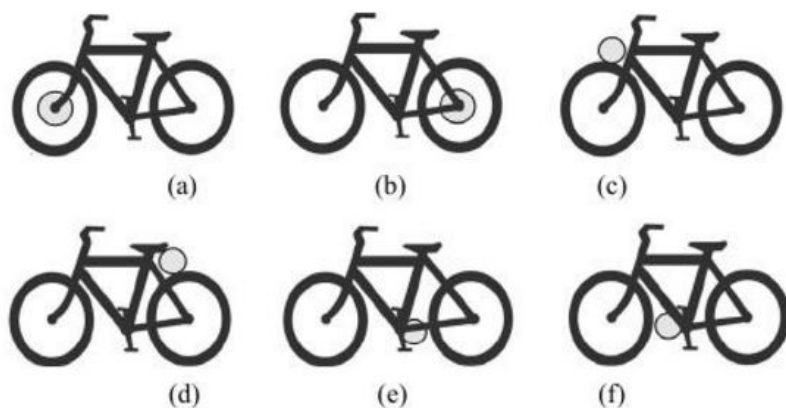


Figura 4: Posició del motor (a) al cub de la roda davantera o (b) posterior; (c) fricció a la roda davantera o (d) posterior; (e) i (f) a l'eix del pedalier

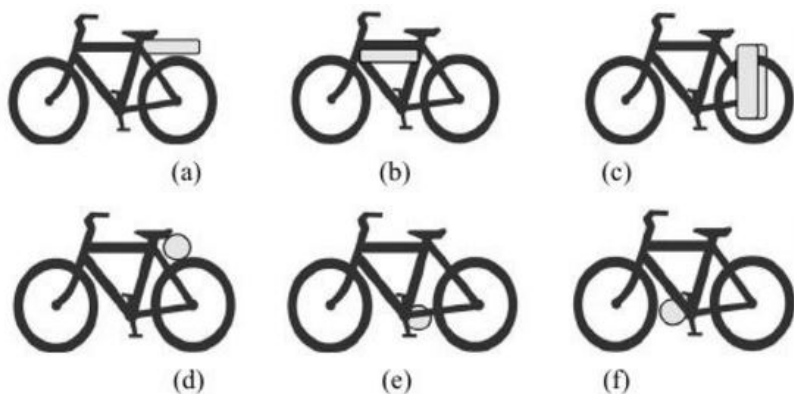


Figura 5: Posició de la bateria (a) sobre la roda posterior; (b) sota el travesser; (c) com a alforges posteriors; (d) sota el seient; (e) i (f) incorporades al motor

Adicionalment, la Directiva Europea relativa a la homologació de vehicles a motor de dues o tres rodes (Directiva 2002/24/CE [10]), d'obligat compliment per part dels estats membres i prevaleixent sobre els Reglaments Nacionals, estableix que les bicicletes amb pedaleig assistit estan exemptes de la homologació de la directiva si estan equipades amb un motor elèctric auxiliar, de potència nominal continua màxima de 250 W, la potència del qual disminueixi progressivament i que finalment s'interrumpeixi quan la velocitat del vehicle assoleixi els 25 km/h, o abans si el ciclista deixa de pedalejar o pressiona els frens.

Existeixen algunes normes addicionals, com la Norma Europea EN 15194:2009 desenvolupada pel Comité Europeu de Normalització i la norma espanyola equivalent UNE-EN 15194:2009 que afecten a la part elèctrica de la bicicleta i a algunes qüestions de seguretat.

4.5 Solucions actuals

4.5.1 Kits amb motor hub a la roda davantera

The Geoorbital Wheel

Aquesta roda, dissenyada per enginyers de Ford i SpaceX, funciona directament amb un accelerador manual sense necessitat de cap aplicació mòbil per controlar la potència. No compleix amb la normativa europea per diverses raons: permet l'aportació de potència per part del motor sense necessitat de pedalejar i aporta fins a 500 W de potència en continu. El seu cost és de 995 €. Existeixen dos tamanys de roda diferents de forma que es cobreix el 95% de les bicicletes per a adults [11].



Figura 6: The Geoorbital Wheel

4.5.2 Kits amb motor hub a la roda posterior

Copenhaguen Wheel

La Copenhaguen Wheel va ser desenvolupada al Massachusetts Institute of Technology per a la ciutat de Copenhague i va ser presentada l'any 2009 a la United Nations Climate Change Conference a Copenhague. La roda inclou de forma compacte el motor, la bateria i els elements de control electrònic. És adaptable a la majoria de bicicletes, simplement canviant la roda posterior, i té frenada regenerativa. Existeixen diversos models per tal d'adaptar-la a les diferents normatives existents: als Estats Units la potència del motor és de 350 W mentre que a Europa és de 250 W. La roda pesa 7,6 kg i costa 1199 € [12].

FlyKly Smart Wheel

Una alternativa similar i més econòmica a la Copenhaguen Wheel és la FlyKly Smart Wheel, amb un cost de 999 €. Té una potència de 250 W i permet assolir fins a 25 km/h. Disposa també de frenada regenerativa i existeixen tres tamanys diferents de roda [13].



Figura 7: Copenhagen Wheel



Figura 8: FlyKly Smart Wheel

4.5.3 Kits amb motor a l'eix del pedalier

Sunstar Virtus

Sunstar Virtus és un sistema modular que inclou motor, controlador, bateria i pantalla LCD [14]. Es tracta d'un kit molt versàtil fàcilment adaptable a diferents quadres de bicicleta. Està pensat per a petites empreses i fabricants que vulguin oferir els seus productes amb aquest sistema de pedaleig assistit com a opció. El seu motor és de tipus brushless DC de 250 W de potència. El sistema està dissenyat per assolir els 25 km/h i té un pes de 3,2 kg. Tot i que ha deixat de comercialitzar-se, el seu preu es trobava al voltant dels 1200 € [15].

Bafang BBS02

Aquest kit està dissenyat per ajudar a superar pendents, inclús fora de carretera. Tot i que està pensat per a que pugui ser muntat i desmuntat pel propi usuari, no es tracta



Figura 9: Sunstar Virtus kit

d'una instal·lació ràpida ja que requereix desmuntar els pedals i les cadenes i es necessiten eines específiques. Té una potència de 750 W i pot arribar a potències de pic de 1300 W, i per tant no compleix amb la normativa europea [16]. El seu preu és d'aproximadament 600 € [17].



Figura 10: Bafang BBS02 kit

4.5.4 Kits amb corró de fricció

Rubbee

Es tracta d'un kit amb corró de fricció de 690 €, fàcil d'instal·lar i desmuntar i adaptable a tot tipus de bicicletes, ja siguin fixes, plegables, de carretera, de muntanya o de doble suspensió [18]. Inclou en un únic bloc el motor, la bateria, l'electrònica i la transmissió. L'únic element que cal muntar és un sensor PAS a l'eix del pedalier per detectar quan s'està pedalejant i a quin ritme. La seva instal·lació es pot realitzar sense necessitat de fer servir eines. El control per part de l'usuari es du a terme per mitjà d'una aplicació mòvil.



Figura 11: Rubbee kit

GO-E ONWHEEL Kit

El GO-E ONWHEEL Kit és també un kit amb corró de fricció de dimensions molt reduïdes, fàcil d'instal·lar i treure i de més potència que l'anterior [19], amb un cost de 700 € aproximadament. No s'adapta als següents tipus de bicicletes: aquelles que tinguin el quadre fet de carboni ja que es podria deformar o trencar, la majoria de les bicicletes plegables i les bicicletes amb suspensió completa. És un kit molt compacte que inclou tant el motor com la bateria. Es regula per mitjà de pulsadors o a través d'una aplicació mòvil.



Figura 12: GO-E ONWHEEL Kit

Kit Gboost Gold Universal

Aquest kit amb corró de fricció presenta característiques molt semblants a l'anterior [20]. En aquest cas, però, la bateria es situa a sota el seient. És adaptable a la majoria de bicicletes, ja sigui de forma directa o mitjançant l'ús d'adaptadors que proveeix la mateixa marca. Es pot regular a través de pulsadors. El seu cost és de 1000 €.

Velospeeder

Velospeeder és un kit amb corró de fricció que es proposa donar solució al problema de la pèrdua de fricció en condicions ambientals adverses i al desgast del pneumàtic [21]. Consisteix en dos petits motors situats a banda i banda de la roda que transmeten potència a



Figura 13: Kit Gboost Gold Universal

la roda a través del fregament amb la llanda posterior. És un kit compacte i molt lleuger que requereix, però, d'eines per la seva instal·lació. Encara no ha sortit al mercat i no es coneix el seu preu.



Figura 14: Velospeeder

4.5.5 Comparació dels kits amb corró de fricció

Donat que l'objectiu d'aquest treball consisteix en dissenyar un kit que sigui fàcil d'instal·lar i desmuntar de forma ràpida i còmode, es decideix centrar l'estudi en kits amb corró de fricció. Es descarten doncs els kits amb motor hub a la roda i a l'eix del pedalier, ja que impliquen l'ús d'eines específiques, dificultant el seu muntatge.

La Figura 15 il·lustra el posicionament dels diferents kits mencionats a l'apartat anterior segons les següents característiques: la seva lleugeresa, la velocitat de càrrega de

la bateria, el seu grau de compatibilitat amb diferents tipus de bicicletes, l'autonomia, la facilitat d'instal·lació, el seu preu i el grau de compactació. Es veu com els kits més econòmics i fàcils de muntar són també els més pesats. Com era d'esperar, cap de les solucions és la millor en tots els criteris sinó que es millora en un sentit en detriment d'un altre.

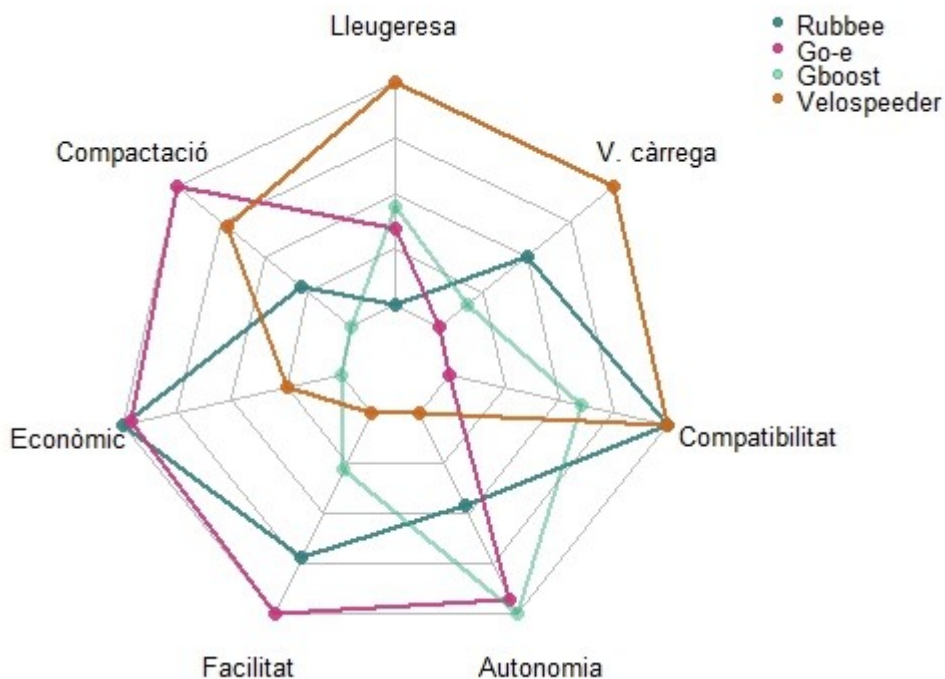


Figura 15: Comparació dels kits ¹

¹El preu del kit Velospeeder no és conegut. S'ha pres un valor lleugerament pessimista de 900 €.

5 Especificacions de disseny

5.1 Generalitats

L'objectiu d'aquest kit és suplir les necessitats de persones que el farien servir pel seu ús quotidià, és a dir per anar a la feina o fer trajectes relativament curts en l'àmbit urbà. Les dues raons principals per les quals aquest tipus d'usuari és reticent a emprar bicicletes elèctriques són l'elevat preu de les bicicletes elèctriques i dels kits existents al mercat i la complexitat de la instal·lació de la majoria d'aquests kits. Es busca, doncs, realitzar un disseny que asseguri la facilitat d'instal·lació del kit tot i buscant un cost raonable.

5.2 Especificacions

El disseny ha de cumplir les següents especificacions:

- Forma de subjecció del kit i transmissió de parell al pneumàtic adients pel major nombre de quadres de bicicleta possible.
- Adient per a zones urbanes amb pendents reduïts.
- Assegurar el seu bon funcionament en condicions ambientals adverses.
- Permetre assolir una velocitat de 25 km/h.

6 Selecció de l'actuador

Tal i com s'ha vist a l'apartat 4.3.2, els principals avantatges dels motor *brushless* DC enfront dels motors DC amb escombretes és que tenen una major durabilitat i eficiència així com una major relació potència/tamany i que generen poc soroll. Cal notar que la durabilitat del motor en aquesta aplicació particular no és crítica, ja que es podrien recórrer uns 15 000 km abans d'haver-les de canviar, és a dir que fallaria algun altre element de la bicicleta abans que això arribés a produir-se. El tamany, el pes, l'eficiència i la corba velocitat/parell sí que són característiques crítiques a tenir en compte. Per tant, tot i ser més cars que els motors amb escombretes, totes aquestes raons porten a seleccionar un motor *brushless*.

En primera aproximació, es decideix seleccionar el motor Brushless DC - BLDC65S53A-48V de la marca Minebea [22] ja que s'adequa en potència, tamany i pes a l'aplicació considerada. La Taula 3 en mostra les característiques més rellevants.

Potència en continu	295 W
Parell nominal	860 mNm
Velocitat nominal	3250 rpm
Velocitat en buit	3500 rpm
Pes	1,14 kg
Inèrcia del rotor	430 g·cm ²

Taula 3: Característiques del motor

7 Estudi dinàmic del sistema

7.1 Estudi de resistències passives sobre el sistema

7.1.1 Resistències passives

Es consideren dues fonts principals de resistències passives associades al moviment de la bicicleta. Aquestes són la resistència aerodinàmica i la resistència al rodolament. El diagrama de cos lliure de la bicicleta, sense actuació del motor, és el següent:

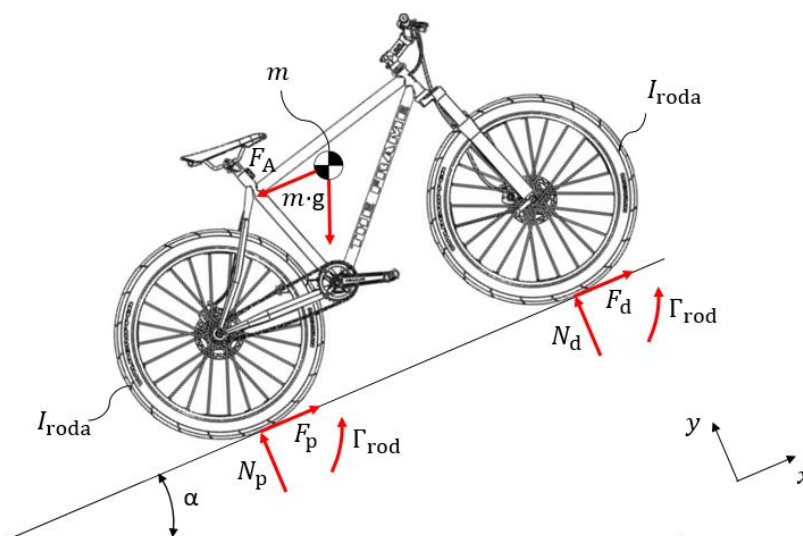


Figura 16: Diagrama de cos lliure de la bicicleta

7.1.2 Resistència aerodinàmica

S'anomena resistència aerodinàmica a la força que pateix un cos en moure's a través de l'aire, i en particular a la component d'aquesta força en la direcció de la velocitat relativa del cos respecte del medi. Aquesta resistència s'oposa al moviment i per tant part de la potència del motor haurà d'invertir-se en superar-la. Tot i que el centre de pressions no acostuma a coincidir amb el centre de gravetat, es fa la hipòtesi que s'aplica al centre de masses del sistema persona + bicicleta.

La força aerodinàmica depèn de l'àrea projectada del sistema A_p [m²], del coeficient de resistència a l'avanç c_D (adimensional), de la densitat de l'aire $\rho = 1,2$ [kg/m³] i del quadrat de la velocitat relativa entre el sistema i l'aire v [m/s].

$$F_A = \frac{1}{2} \cdot A_p \cdot c_D \cdot \rho \cdot v^2 \quad (7.1)$$

L'àrea projectada pel cas d'un ciclista sobre una bicicleta depèn de la posició del ciclista sobre la bicicleta, del seu pes, de la seva alçada i de l'equipament que dugui (casc, ...). Diversos estudis proposen diferents aproximacions de l'àrea projectada en funció d'aquestes variables. Es pren $A_p = 0,46 \text{ m}^2$ per a una persona de 75 kg i 1,8 m d'alçada [23].

El coeficient de resistència a l'avanç depèn del nombre de Reynolds. En ciclisme, es pot relacionar amb la massa corporal de la següent forma:

$$c_D = 4,45 \cdot m^{-0.45} \quad (7.2)$$

7.1.3 Resistència al rodolament

Per tal que una roda rodoli sobre una superfície ha d'existir fricció entre totes dues, que es produeix perquè la roda o la superfície, o totes dues, es deformen com a conseqüència de la força que fa el pes de la roda sobre la superfície [24]. Per tant, prenent el sistema roda i suposant que es mou a velocitat constant, si s'aplica una força suficient F al seu centre, la normal N s'avança una distància δ anomenada coeficient de rodolament provocant així un moment resistent.

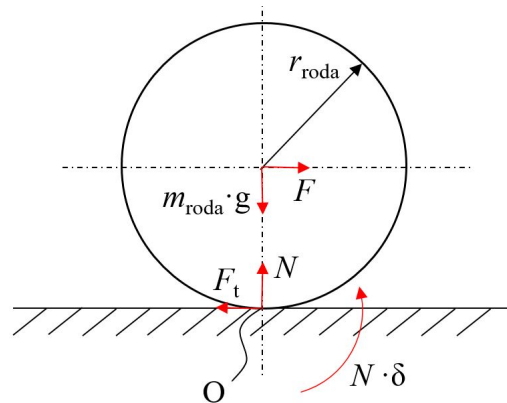


Figura 17: Diagrama de cos lliure d'una roda

Aplicant el Teorema del moment cinètic respecte del punt O de la figura, es té:

$$F = \frac{N \cdot \delta}{r_{\text{roda}}} \quad (7.3)$$

El parell associat a la resistència al rodolament sobre cada roda i es defineix com:

$$\Gamma_{\text{rod}_i} = N_i \cdot \delta \quad (7.4)$$

On el valor del coeficient de rodolament δ es pot aproximar per 0,004 m per a pneumàtics de bicicleta. El valor de la normal N disminueix a mesura que augmenta el pendent α . Per a un cert pendent, es té que:

$$N_p + N_d = m \cdot g \cdot \cos \alpha \quad (7.5)$$

Com que les dues rodes giren a $\dot{\theta}_{\text{roda}}$, la potència associada a la resistència al rodolament en estat estacionari és:

$$P_{\text{rod}} = m \cdot g \cdot \delta \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}} \quad (7.6)$$

7.1.4 Resistències passives totals

D'acord amb els apartats anteriors, la potència associada a les resistències passives, P_{rp} , és la suma de la potència necessària per vèncer la força aerodinàmica, P_A , i la resistència al rodolament, P_{rod} . El pitjor cas es dona quan el pendent és de 0° i la resistència al rodolament màxima.

$$P_{\text{rp}} = P_A + P_{\text{rod}} = \frac{1}{2} \cdot A_p \cdot c_D \cdot \rho \cdot v^3 + m \cdot g \cdot \delta \cdot \cos \alpha \cdot \frac{v}{r_{\text{roda}}} \quad (7.7)$$

La Figura 18 il·lustra l'evolució de la potència associada a les resistències passives en funció de la velocitat de la bicicleta, sense pendent.

7.2 Parell necessari i relació de transmissió

7.2.1 Cas general

Es considera un pes d'usuari normatiu de 75 kg, que correspon aproximadament a la mitjana de la població espanyola [25] i 10 kg de bicicleta, és a dir un pes total de 85 kg. Es considera que la persona no aporta potència de pedaleig. D'altra banda, es fa la hipòtesi que el centre de gravetat i el centre de pressions coincideixen.

El Teorema de l'energia en la seva versió diferencial estableix que la derivada de l'energia cinètica d'un sistema equival a la potència desenvolupada per totes les forces que actuen en el sistema, és a dir:

$$\dot{E}_c = \sum_f P_f \quad (7.8)$$

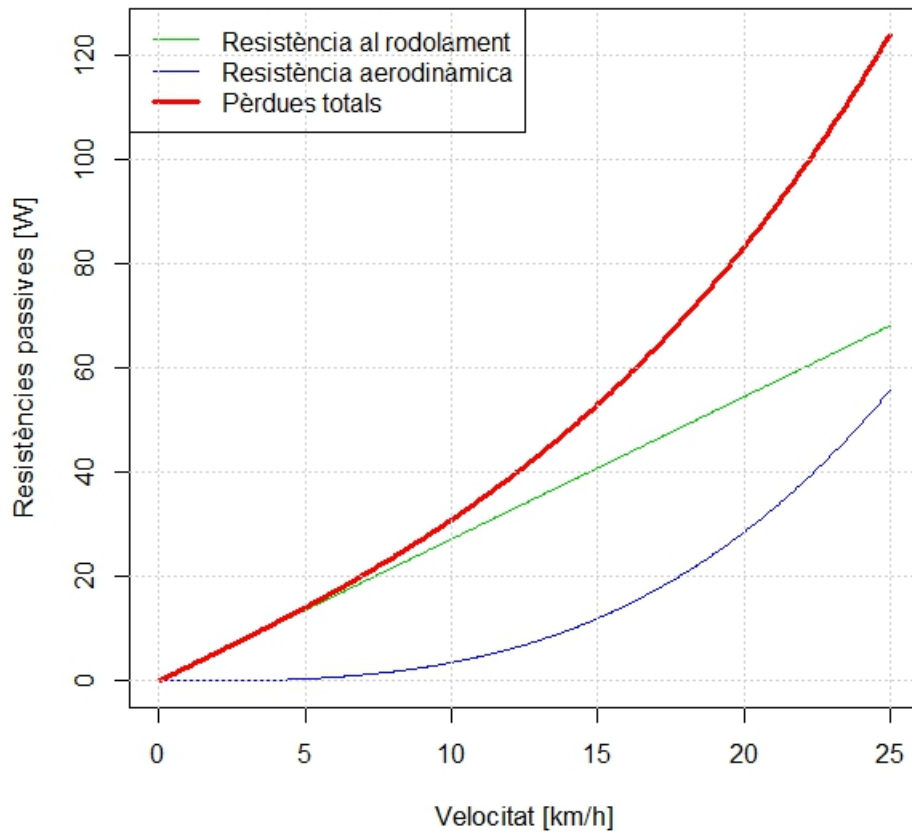


Figura 18: Potència associada a les resistències passives en funció de la velocitat per pendent 0°

Es considera el sistema bicicleta + persona + motor. La Figura 19 il·lustra les forces, masses i inèrcies que intervenen en el balanç de potència. La massa m correspon a la massa del conjunt.

L'energia cinètica del sistema és:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot I_{\text{roda}} \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}}^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I_{\text{motor}} \cdot \dot{\theta}_{\text{motor}}^2 \quad (7.9)$$

Escrivint la velocitat lineal del sistema en funció de la velocitat de rotació de la roda, $v = \dot{\theta}_{\text{roda}} \cdot r_{\text{roda}}$ i definint $i = \frac{\dot{\theta}_{\text{motor}}}{\dot{\theta}_{\text{roda}}}$ la relació de transmissió entre el motor i la roda posterior, l'equació anterior es pot escriure com:

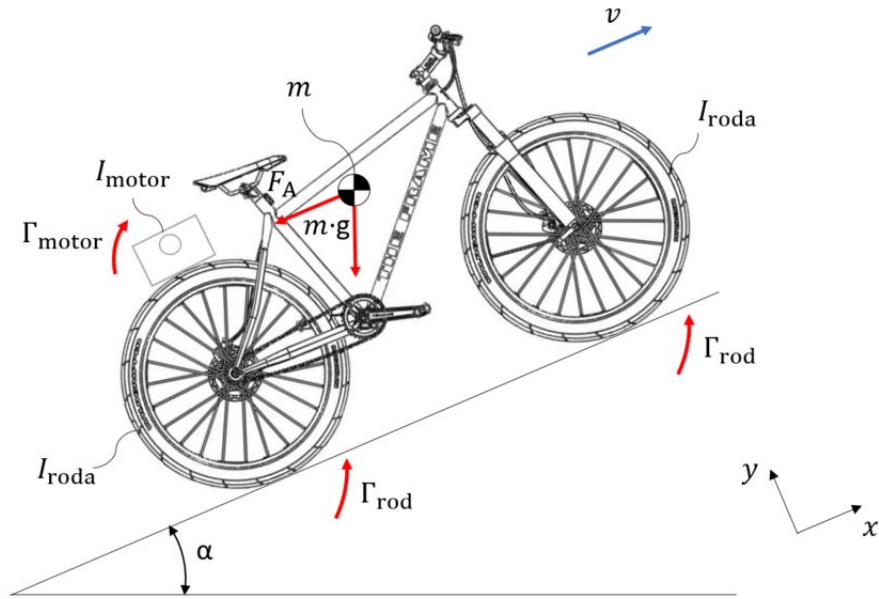


Figura 19: Forces que intervenen en el balanç de potència

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot I_{\text{roda}} \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}}^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\dot{\theta}_{\text{roda}} \cdot r_{\text{roda}} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot I_{\text{motor}} \cdot i^2 \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}}^2 \quad (7.10)$$

, i la seva derivada:

$$\dot{E}_c = 2 \cdot I_{\text{roda}} \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}} \cdot \ddot{\theta}_{\text{roda}} + m \cdot r_{\text{roda}}^2 \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}} \cdot \ddot{\theta}_{\text{roda}} + I_{\text{motor}} \cdot i^2 \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}} \cdot \ddot{\theta}_{\text{roda}} \quad (7.11)$$

L'equació anterior esdevé:

$$\dot{E}_c = (2 \cdot I_{\text{roda}} + m \cdot r_{\text{roda}}^2 + I_{\text{motor}} \cdot i^2) \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}} \cdot \ddot{\theta}_{\text{roda}} \quad (7.12)$$

D'altra banda, la potència associada a les forces que actuen sobre el sistema és:

$$\sum_f P_f = -m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}} \cdot r_{\text{roda}} + \Gamma_{\text{motor}} \cdot i \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}} - P_{\text{rp}} \quad (7.13)$$

Substituint els diferents termes a l'equació 7.8, s'arriba a l'equació de moviment de la bicicleta:

$$\begin{aligned} (2 \cdot I_{\text{roda}} + m \cdot r_{\text{roda}}^2 + I_{\text{motor}} \cdot i^2) \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}} \cdot \ddot{\theta}_{\text{roda}} &= -m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot r_{\text{roda}} \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}} \\ \Gamma_{\text{motor}} \cdot i \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}} - m \cdot g \cdot \delta \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}} - \frac{1}{2} \cdot A_p \cdot c_D \cdot \rho \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}}^3 \cdot r_{\text{roda}}^3 & \end{aligned} \quad (7.14)$$

L'expressió pel parell motor que s'extreu de l'equació anterior és:

$$\Gamma_{\text{motor}} = \frac{1}{i} \cdot [(2 \cdot I_{\text{roda}} + m \cdot r_{\text{roda}}^2 + I_{\text{motor}} \cdot i^2) \cdot \ddot{\theta}_{\text{roda}} + m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot r_{\text{roda}} + m \cdot g \cdot \delta \cdot \cos \alpha + \frac{1}{2} \cdot A_p \cdot c_D \cdot \rho \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}}^2 \cdot r_{\text{roda}}^3] \quad (7.15)$$

7.2.2 Règim estacionari

En règim estacionari, la potència del motor s'inverteix exclusivament en vèncer el pendent α i les resistències passives. En altres paraules, en no existir variació de l'energia cinètica ja que les inèrcies no depenen de la configuració, l'equació 7.8 pren la forma de $\sum_f P_f = 0$. D'aquí s'obté:

$$P_{\text{motor}} = m \cdot g \cdot \delta \cdot \cos \alpha \cdot \frac{v}{r_{\text{roda}}} + \frac{1}{2} \cdot A_p \cdot c_D \cdot \rho \cdot v^3 + m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot v \quad (7.16)$$

Donat que, tal i com s'ha vist a l'apartat 4.4, la potència màxima que pot transmetre el motor és de 250 W, s'obté la corba pendent-velocitat que es mostra a la Figura 20, que indica el pendent assolible en règim estacionari donada una certa velocitat de la bicicleta. Es veu com, en plà, la velocitat màxima és de 35 km/h (punt B) i que per 25 km/h és possible superar un pendent d'aproximadament 1° (punt A).

Tenint en compte que el motor no dona potència constant, donada una certa relació de transmissió només es pot complir un d'aquests punts. Es calcula la relació de transmissió necessària per a què es compleixi el punt A, resolent l'equació 7.14 per aquest valor de pendent i velocitat. S'obté: $i = 14,23$. Tenint en compte que augmentant la relació de transmissió es pot pujar més pendent a menys velocitat en règim estacionari i que 25 km/h és el límit de velocitat establert per la normativa, es decideix seleccionar una relació de transmissió de 15,5 que permet assolir un pendent d'aproximadament $1,5^\circ$.

7.2.3 Règim transitori: arrencada

Prenent la relació de transmissió escollida a l'apartat anterior, es comprova el pendent màxim en què pot arrencar el sistema sense cremar el motor.

S'aproxima l'equació característica parell-velocitat del motor d'acord amb les seves característiques (Taula 3) per una recta amb ordenada a l'origen $a = 12.04$ [Nm] i pendent $b = 0,03285 \left[\frac{\text{Nm}}{\text{rad/s}} \right]$, $\Gamma_{\text{motor}} = a - b \cdot \dot{\theta}_{\text{motor}}$. Es té la següent equació diferencial:

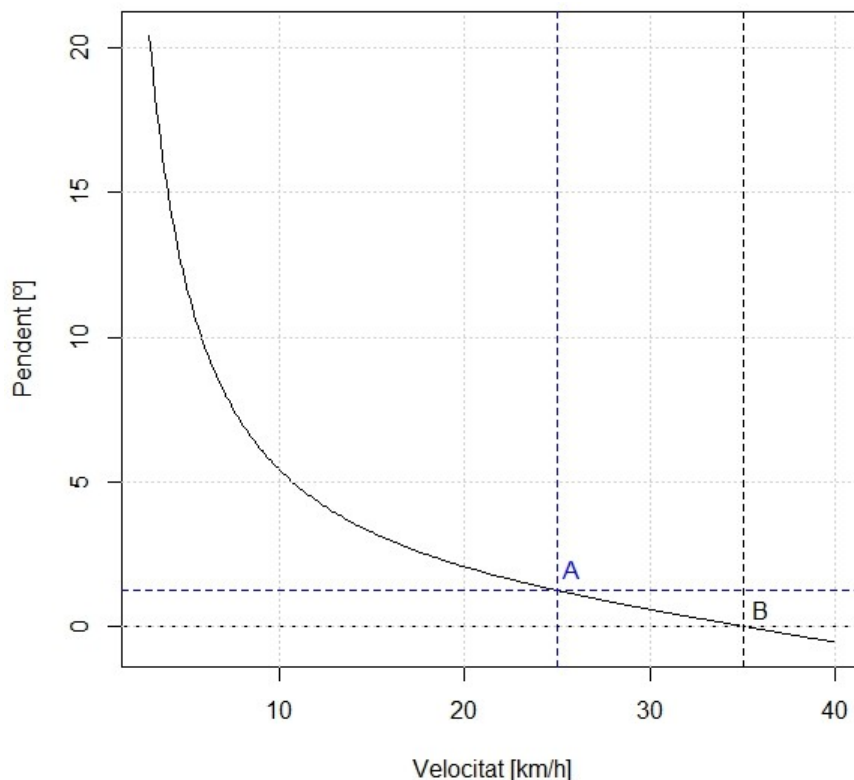


Figura 20: Corba pendent-velocitat

$$a - b \cdot i \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}} = \frac{1}{i} \cdot [(2 \cdot I_{\text{roda}} + m \cdot r_{\text{roda}}^2 + I_{\text{motor}} \cdot i^2) \cdot \ddot{\theta}_{\text{roda}} + m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot r_{\text{roda}} + m \cdot g \cdot \delta \cdot \cos \alpha + \frac{1}{2} \cdot A_p \cdot c_D \cdot \rho \cdot \dot{\theta}_{\text{roda}}^2 \cdot r_{\text{roda}}^3] \quad (7.17)$$

A partir d'aquesta equació es pot estudiar, per a diferents pendents, el temps que triga el motor en assolir una velocitat constant ². D'aquesta forma, es vol veure si, per a la relació de transmissió escollida, aquest temps és prou baix com perquè el motor no es cremi i que la velocitat angular a la que s'estabilitzi el motor sigui propera a la nominal.

La Figura 21 mostra com, quan la bicicleta es accelera fins a una velocitat de 25 km/h, el motor encara és capaç d'assolir un pendent lleugerament positiu i d'arribar al règim estacionari en un temps d'entre 5 i 10 segons. A la Figura 22 es veu que la velocitat angular del motor per a un pendent superior a 2° es troba per sota de la velocitat nominal del motor.

²Es resol l'equació diferencial mitjançant l'ús del programa R.

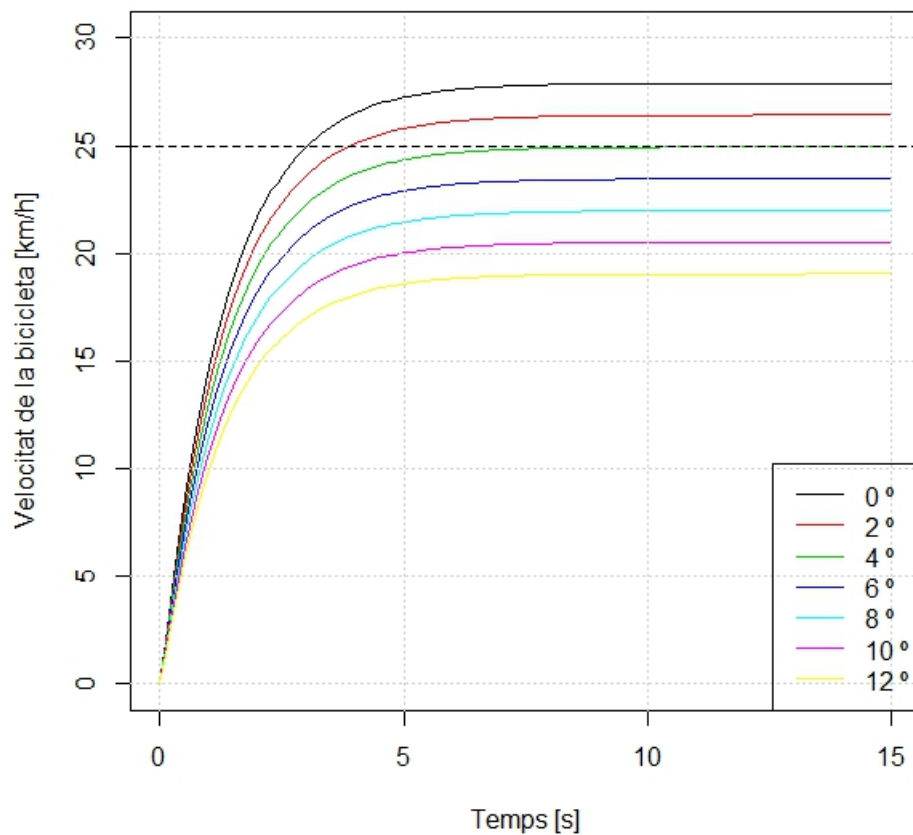


Figura 21: Evolució temporal de la velocitat de la bicicleta per a diferents valors de pendent

S'ha de tenir en compte, però, que per normativa el kit no pot donar potència si l'usuari no pedaleja, i per tant la situació que s'ha estudiat deixaria de ser tan crítica amb aportació d'aquesta potència externa. D'altra banda, el controlador limita electrònicament el motor i per tant aquest no arribaria a cremar-se. Finalment, tot i que no es puguin assolir pendents importants, sí que es veu com el motor es capaç d'iniciar el moviment i mantenir-lo durant un cert període.

Es decideix, doncs, mantenir la relació de transmissió de 15,5 escollida a l'apartat anterior.

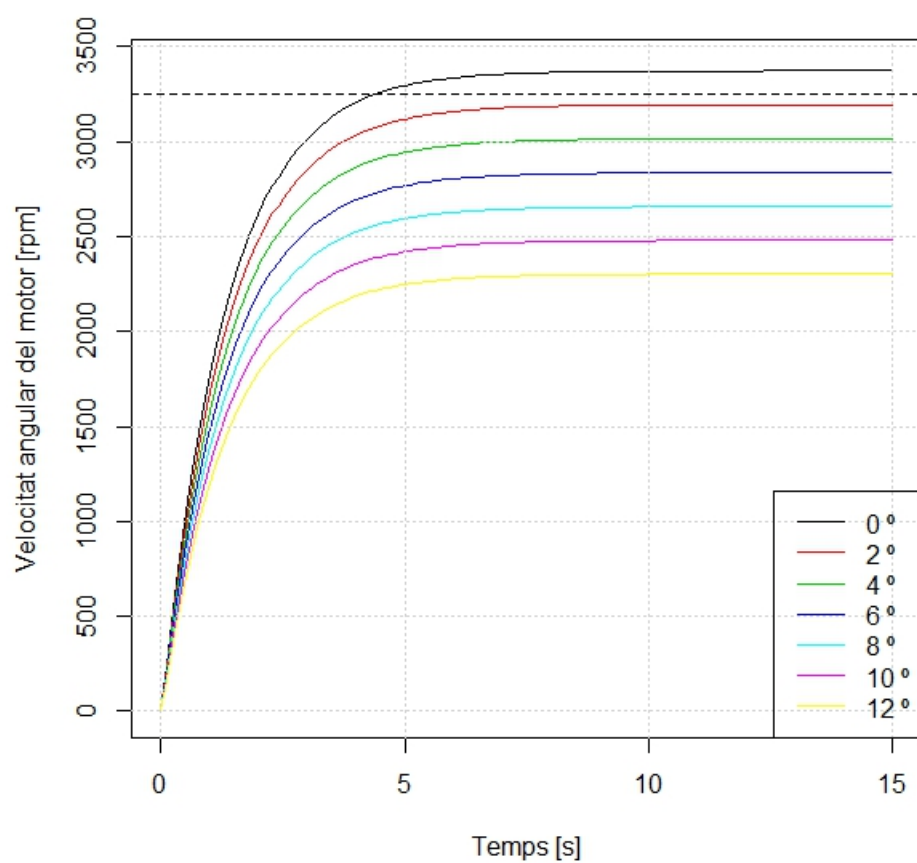


Figura 22: Evolució temporal de la velocitat angular del motor per a diferents valors de pendent

8 Disseny

8.1 Posicionament del kit

A l'hora de posicionar el kit a una de les rodes, s'han de tenir en compte diversos aspectes constructius de les bicicletes. En primer lloc, les rodes de les bicicletes estan muntades de forma que el pes del ciclista i les càrregues de frenada assegurin que aquestes no es desmuntin. Per tant, s'ha de triar amb cura la zona d'aplicació de la força resultant realitzada pel kit sobre el pneumàtic. En el cas de la roda davantera, s'afegeix el fet que l'estructura no està dissenyada per a ser motriu. Finalment, el quadre de la bicicleta ha de ser capaç de suportar la força normal al contacte entre el kit i el pneumàtic. A les Figures 23 (a) i (b) es mostra, en cada cas, la zona a la que s'hauria d'evitar aplicar esforços per evitar desmuntatge (en vermell) i la zona seleccionada a la roda posterior (en verd). Les Figures 24 (a) i (b) són detalls de les Figures 23 (a) i (b) que permeten veure l'estructura del muntatge de cada roda.



(a) Roda posterior

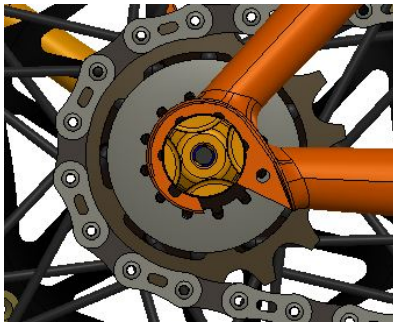


(b) Roda davantera

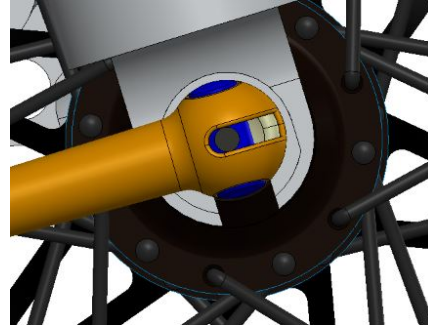
Figura 23: Zones de posicionament del kit

8.2 Funcionament general

Les Figures 25 i 26 mostren dues vistes del kit dissenyat. El motor, fixat a la carcassa, transmet potència a través d'una transmissió en dues fases. S'empra una corretja dentada per transmetre el moviment del motor a un eix central, i a continuació la transmissió de parell es realitza mitjançant engranatges cap a dos eixos secundaris. Aquests eixos es troben articulats respecte l'eix central i són solidaris cadascú a un corró, de forma que



(a) Roda posterior



(b) Roda davantera

Figura 24: Detall del muntatge de cadascuna de les rodes

s'assegura que els dos corrons es troben en contacte amb el pneumàtic en tot moment independentment del posicionament del kit sobre el quadre i de les dimensions del quadre i dels pneumàtics.

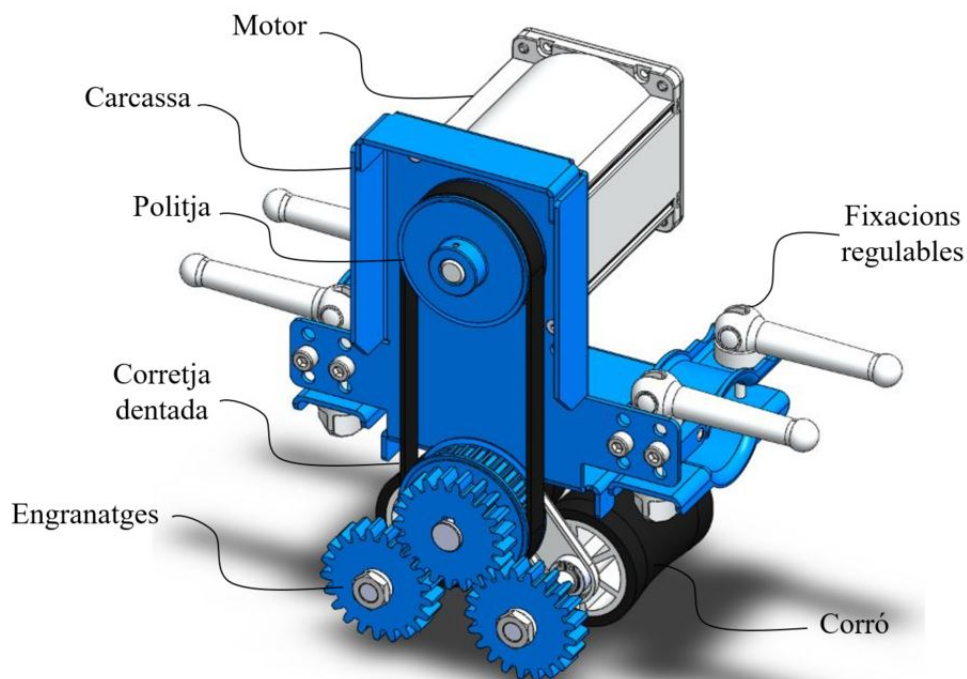


Figura 25: Vista 1 del kit dissenyat (sense tapa)

El principal avantatge de la corretja és que permet distanciar el motor dels corrons de forma senzilla, econòmica i lleugera. El fet de poder disposar el motor i els corrons a banda i banda de la barra central del quadre, tal com es veu a la Figura 27, resulta

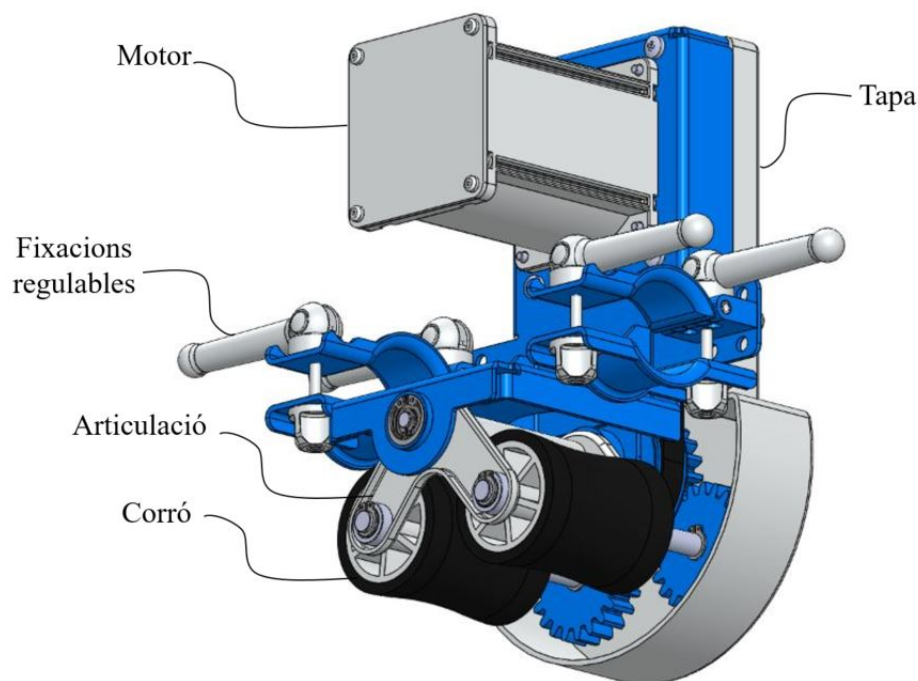


Figura 26: Vista 2 del kit dissenyat

necessari ja que la zona de posicionament escollida té dimensions molt reduïdes i variables segons el quadre i el diàmetre de la roda. Quant als engranatges, aquests asseguren una transmissió de parell equilibrada cap als dos corrons tot i sent una solució compacte i fiable. La Figura 28 mostra la vista superior del kit sobre la bicicleta, en la que es poden observar les dimensions reduïdes del conjunt.

8.3 Força normal necessària al contacte corró-pneumàtic

Per tal de garantir la transmissió de parell entre els corrons i el pneumàtic sense que es produeixi lliscament, és necessari que la força normal en el contacte corró-pneumàtic per a cadascun dels dos corrons sigui suficientment elevada. El fet que els dos corrons estiguin articulats fa que el sistema sigui autotibable: quan un corró perd càrrega normal, l'altre la guanya. Per tant, es suposa en primera aproximació que cada corró transmet en tot moment la meitat del parell disponible.

El motor pot transmetre un parell màxim de 0,895 Nm. Per tant, amb una relació de transmissió de 15,5 el parell màxim a la roda es pot acotar superiorment per $\Gamma_{\max} = i \cdot \Gamma_{\text{motor max}} = 13,87 \text{ Nm}$.

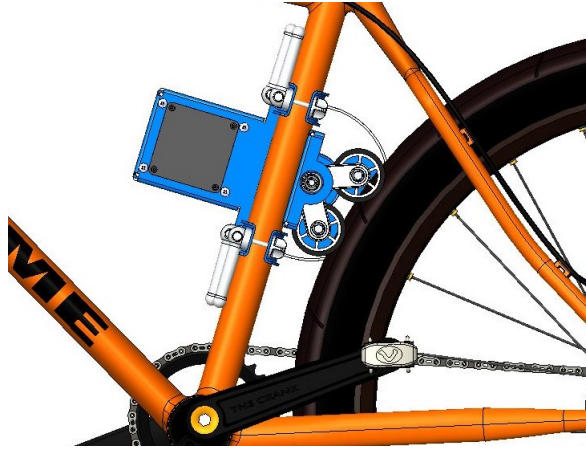


Figura 27: Vista frontal del kit sobre una bicicleta

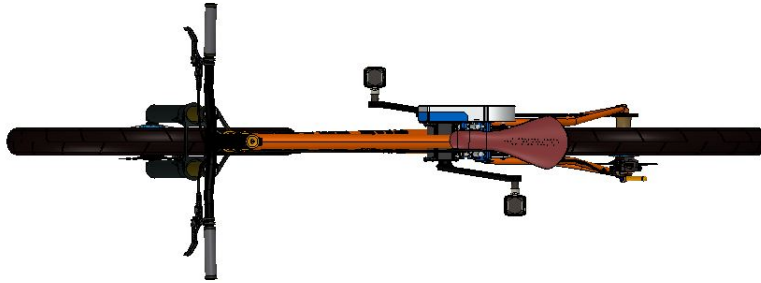


Figura 28: Vista superior del kit sobre una bicicleta

Prenent un coeficient de freg estàtic goma-pneumàtic mínim $\mu = 0,5$ i aplicant un coeficient de seguretat de 1,5, es té que la força normal N necessària a cada corró és:

$$\mu \cdot N = 1,5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Gamma_{\max}}{r_{\text{roda}}} \quad (8.1)$$

$$N = 1,5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Gamma_{\max}}{\mu \cdot r_{\text{roda}}} \quad (8.2)$$

Substituint, es troba $N = 61,0$ N. Entre els dos corrons, el quadre hauria de suportar uns 120 N. És un valor considerablement elevat, que confirma que el posicionament dels corrons sobre la roda a la zona seleccionada és adequat, ja que assegura que l'anclatge de la roda al xassis no es perdi.

8.4 Selecció de la corretja

Els principals avantatges de l'ús d'una corretja en aquesta situació són la seva marxa silenciosa, l'absorció de xocs i vibracions, l'elevada distància entre eixos, el manteniment reduït i el fet que no requereix lubricació. A més a més, en ser dentada es garanteix el sincronisme i l'absència de lliscament funcional. Aquest darrer punt és important ja que, en condicions ambientals adverses i tenint en compte que la carcassa no és totalment estanca, permet assegurar una correcta transmissió de parell.

Es selecciona una corretja comercial, seguint els passos marcats al catàleg de SKF [27].

1. Factor de servei C_2 .

El factor de servei descriu la severitat de les condicions de servei. S'escull un factor de servei de $C_2 = 1.8$ associat a arrencades fortes, tipus de càrregues mitjanes (Classe 2) i menys de 10 h/dia de funcionament.

2. Potència de disseny P_d .

Es té $P_d = P_r \cdot C_2$, ón P_r és la potència nominal del motor, és a dir 295 W. S'obté una potència de disseny $P_d = 531$ W.

3. Relació de transmissió i .

Es pren una relació de transmissió $i = 1$.

4. Tipus de secció.

La potència i la velocitat nominal del motor marquen la secció més adequada. Per una potència nominal de 295 W i una velocitat nominal de 3250 rpm, es té una secció de tipus 5M.

5. Nombre de dents i diàmetre de les politges.

La relació de transmissió i el tipus de corretja marquen diverses possibilitats a l'hora d'escollir el diàmetre de les politges conduïda i conductora. Es pren la opció més petita amb l'objectiu de reduir el volum del conjunt. S'escull un nombre de dents $z_{\text{corr}} = 32$ i un diàmetre $d = D = 50,93$ mm per totes dues politges.

6. Factor corrector de la longitud C_1 .

La longitud de la corretja és:

$$L_{\text{corr}} = 2e + \frac{(d + D)\pi}{2} \quad (8.3)$$

Amb $e = 110$ mm la distància entre eixos, d el diàmetre de la politja conductora i D el diàmetre de la politja conduïda. S'obté una longitud $L_{\text{corr}} = 380$ mm. Per tant, el factor corrector de la longitud per una longitud base de 600 mm és $C_1 = 0.8$.

7. Potència corregida P_{corr} i amplada de la corretja W_b .

$$P_{\text{corr}} = \frac{P_d}{C_1} \quad (8.4)$$

S'obté una potència corregida d'aproximadament 664 W. En les condicions de funcionament nominals, una corretja de 15 mm d'amplada pot transmetre 2,58 kW. Aplicant un factor de correcció de 0,558 es té que, per una corretja de 9 mm d'amplada la potència nominal és de 1,44 kW. Per tant, es té un factor de seguretat lleugerament superior a 2.

Finalment, la corretja escollida és una SKF HiTD 5M 9 mm.

8.5 Components i processos de fabricació

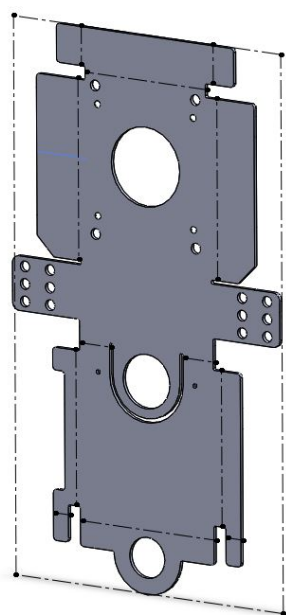
El kit està format tant per components comercials com per peces fabricades. Els plànols dels conjunts i peces més rellevants es troben en Annex. L'utilitatge requerit en el procés de fabricació d'algunes de les peces fa que sigui molt cara la producció d'un prototip idèntic al producte final. Per aquesta raó, es substitueixen aquests processos per alternatives més econòmiques a l'hora de fabricar una única peça.

Carcassa (Figura 29)

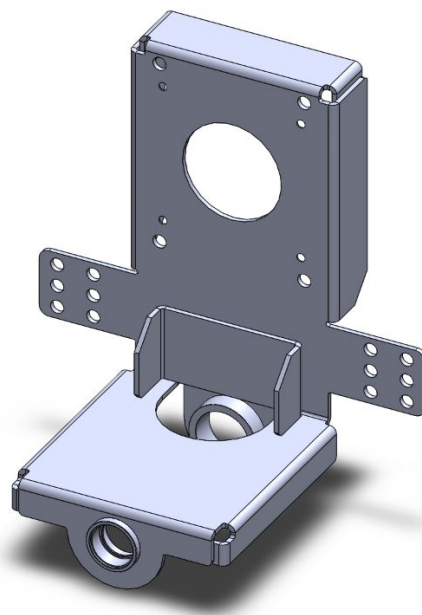
La carcassa es fabrica a partir de xapa plegada de 2 mm de gruix d'acer inoxidable AISI 304 (EN 1.4301), a la qual s'hi solden una cartel·la de reforç i dos botons. Es tracta d'un acer inoxidable austenític, d'alta tenacitat i bona resistència a fatiga, que ofereix una molt bona resistència a la corrosió i a altes temperatures. Addicionalment, té una bona soldabilitat i el seu ús és molt difós [28].

Tapa (Figura 30)

La tapa es fabrica per injecció de plàstic. S'escull el policarbonat (PC) ja que, tot i ser més car que alternatives com el poliestirè (PS), no només ofereix facilitat d'emmotllament per injecció i un bon acabat superficial, sinó també un bon comportament a temperatura i a la intempèrie [28]. La tapa del prototip es fabrica per impressió 3D per tal d'estalviar els costos associats a la matriu.



(a) Xapa desplegada



(b) Xapa plegada i soldada

Figura 29: Model CAD de la carcassa

Articulació (Figura 31)

L'articulació està composta per tres peces: un tub central d'acer inoxidable AISI 304 (EN 1.4301) i dues peces idèntiques d'acer per embutició (EN 10111 DD12). Per a la fabricació del prototip, però, aquestes últimes es mecanitzen a partir d'acer 36SMn14 (EN 10027-2 1.0721) per evitar el cost associat a la matriu d'embotició. Les diverses peces es solden entre elles [28].

Corró (Figura 32)

Els corrons estan formats per una peça central d'alumini formada per extrusió, recoberta de goma per donar forma al corró. Es tria un alumini AlMg0,7Si (EN AW-6063), ja que ofereix unes bones propietats de conformabilitat, soldabilitat, resistència mecànica i resistència a la corrosió [28]. La peça pel prototip es fabrica combinant operacions de mecanitzat i electroerosió per fil, amb un mandrinat final del forat central.

Articulacions auxiliars (Figura 33)

Es tracta de peces petites d'acer mecanitzat que es solden a la carcassa i permeten articular les brides. Es fan del mateix material que la carcassa, és a dir d'acer inoxidable AISI 304 (EN 1.4301) [28].

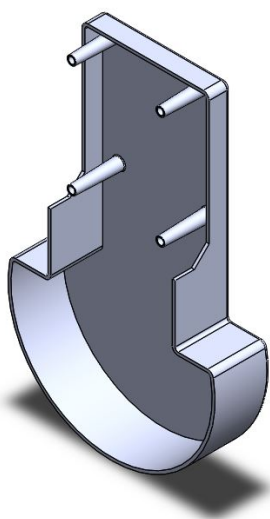


Figura 30: Model CAD de la tapa

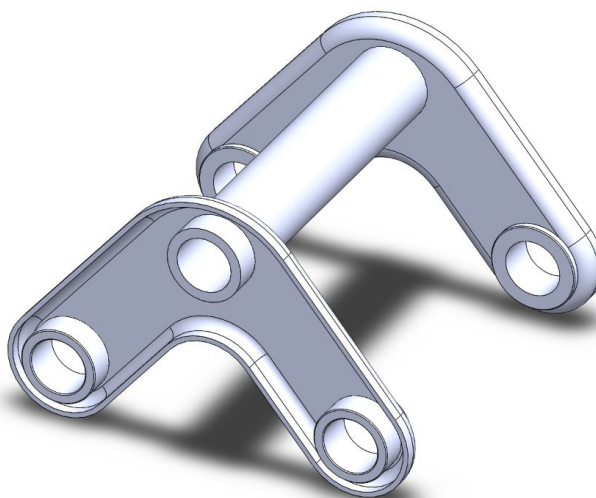


Figura 31: Model CAD de l'articulació



Figura 32: Model CAD d'un corró

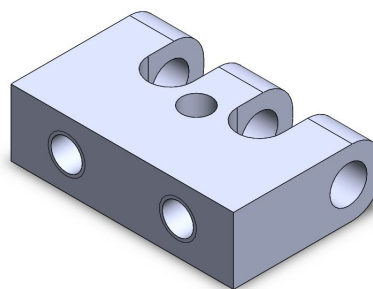


Figura 33: Model CAD d'una articulació auxiliar

Eixos (Figura 34)

Els tres eixos es mecanitzen donat que la diferència entre el diàmetre més gran i més petit és relativament petita en tots els casos i que es requereixen toleràncies petites i una rugositat controlada en les zones de posicionament dels rodaments. Donades les seves petites dimensions, es fabriquen d'acer C45E (EN 10083-1) en estat de tremp i reveniment, amb una resistència a la tracció $R_m \geq 700$ MPa [28].

Xavetes

Totes les xavetes es fabriquen d'acer E360 (EN 10025-2) mecanitzat, donades les seves dimensions reduïdes i les baixes sol·licitacions a les que estan sotmeses [28].

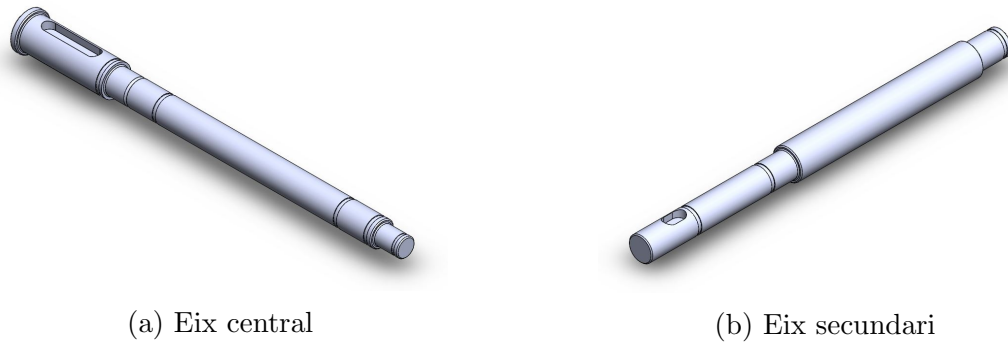


Figura 34: Models CAD dels eixos

Brides (Figura 35)

Les brides es fabriquen per embutició a partir d'acer per embutició (EN 10111 DD12). Per a la construcció del prototip, però, es mecanitzen amb acer 36SMn14 (EN 10027-2 1.0721), de forma anàloga a l'articulació [28].

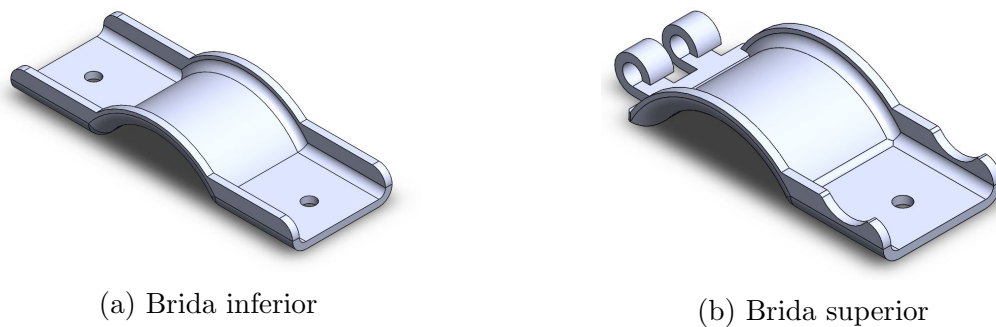


Figura 35: Model CAD de les brides

Botons (Figura 36)

Els dos botons es mecanitzen a partir d'acer C45E (EN 10083-1) [28].



Figura 36: Models CAD dels botons

9 Comprovació resistent i simulació dinàmica

9.1 Comprovació de la resistència dels elements crítics

En aquest apartat es planteja la comprovació d'alguns dels elements considerats crítics del disseny. Es comproven: els engranatges, l'eix central, la carcassa i els rodaments de boles. Donada la geometria de la carcassa, aquesta s'analitza emprant el programa d'elements finits **Ansys**, mentre que la resta d'elements s'estudien de forma analítica. Els engranatges es comproven a fatiga en el peu de la dent i a fatiga superficial. Es verifica l'eix central a fatiga. Finalment, els rodaments de boles es validen d'acord amb el catàleg del fabricant. Per tal de fer això, és necessari conèixer el nombre de cicles que aquests elements haurien de poder suportar sense fallar.

L'element de la transmissió que és més habitual canviar al llarg de la vida útil d'una bicicleta és la cadena. En general, aquesta dura entre 3000 i 4000 km. Els plats, per exemple, tenen una vida útil d'aproximadament 16000 km i altres elements com les llantes poden arribar als 30000 km. Es pren com a referència la vida útil dels plats, és a dir 16000 km [29].

Sabent el diàmetre de la roda d_{roda} i la relació de transmissió i d'aquesta cap als diferents elements d'interès, es troba el nombre de cicles N corresponent a aquesta distància $L = 16000$ km.

$$N = \frac{L \cdot i}{\pi \cdot d_{\text{roda}}} \quad (9.1)$$

La relació de transmissió d'interès és la relació de transmissió entre roda i corrons, ja que els eixos giren solidaris als corrons. Tenint en compte que el diàmetre de la roda és 680 mm i el dels corrons 44 mm, la relació de transmissió és aproximadament $i = 15,5$. Finalment, s'obté $N = 1,16 \cdot 10^8$ cicles. Donat que és un nombre de cicles superior a 10^6 , es comprovaran els elements a vida infinita.

9.2 Engranatges

9.2.1 Consideracions prèvies

El dimensionament dels engranatges s'ha realitzat per tal de permetre establir una distància suficient entre els dos corrons. D'altra banda, el dimensionament teòric donades les càrregues amb les que es treballa portaria a dimensions més reduïdes. Per tant, es procedeix directament a la comprovació de la vida a fatiga a flexió en el peu de la dent i a fatiga superficial [30].

Tant l'engrenatge central, el pinyó, com les dues rodes són de dentat recte amb les següents característiques comunes (i : pinyó, roda 1 o roda 2):

Mòdul de generació m_0	2 mm
Nombre de dents z_i	21
Amplada b	10 mm
Angle de pressió de generació α_0	20°
Coefficient de desplaçament x	0

Taula 4: Característiques bàsiques del pinyó i de les rodes

A partir d'aquests valors es calculen les demés característiques geomètriques d'acord amb les expressions que s'indiquen a la Taula 5.

Diàmetre primitiu de generació	$d_{0i} = m_0 \cdot z_i$	42 mm
Diàmetre de funcionament	$d'_i = d_{0i}$	42 mm
Diàmetre de cap	$d_{ai} \leq \left[\frac{z_i}{2 \cdot (1+x)} \right] \cdot m_0$	46 mm
Diàmetre de base	$d_{bi} = d_{0i} \cdot \cos \alpha_0$	39,5 mm

Taula 5: Altres característiques del pinyó i de les rodes

9.2.2 Comprovació de la vida a fatiga a flexió en el peu de la dent

En aquest apartat es segueix el mètode de càlcul exposat al quadern CM3 Engranatges [30].

El factor de forma per a engranatges externs amb perfil de cremallera normalitzat ($\alpha_0 = 20^\circ; h_{a0}/m_0 = 1,0; h_{f0}/m_0 = 1,25; \rho_{f0}/m_0 = 0,38$) amb $z_i = 21$ i $x = 0$ és $Y_{Fi} = 2,76$.

El coeficient de recobriment es calcula com l'invers del recobriment de perfil ε_α . Cal conèixer, doncs, el recobriment de perfil que, en aquest cas particular en què roda i pinyó tenen les mateixes dimensions, es calcula de la següent forma:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{\pi} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{d_{b1}} \right)^2 - 1} - \tan \alpha_0 \right] \quad (9.2)$$

S'obté un valor de recobriment de 1,57 i per tant un coeficient de recobriment $Y_\varepsilon = 0,637$.

En tractar-se d'engranatges de dentat recte, el factor d'inclinació $Y_\beta = 1$.

L'expressió de la tensió a peu de dent causada per la flexió és:

$$\sigma_{bi} = \frac{F_t}{b \cdot m_0} \cdot Y_{Fi} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \quad (9.3)$$

F_t és la força tangencial en el cercle de generació que es calcula, per un parell donat M_{t1} , com:

$$F_t = \frac{2 \cdot M_{t1}}{d_{01}} \quad (9.4)$$

Existeixen, però, factors que afecten a la magnitud de la càrrega i que s'han de tenir en compte. S'introdueixen els factors K_A , K_V i K_M que, a partir de la força nominal F_t , permeten trobar una aproximació de la força que realment actua en l'engranament.

El factor K_A s'anomena factor de servei i s'introdueix per tenir en compte, en l'engranament, les irregularitats en la transmissió de parell, per causa de les característiques pròpies de l'orgue motriu i la màquina accionada. Es defineix segons el grau d'irregularitat de la càrrega i el tipus d'actuador. En aquest cas, es considera que es tracta d'un grau d'irregularitat I, és a dir un funcionament gairebé sense irregularitats i que l'actuador és un motor elèctric que treballa fins a 12h/dia. S'obté $K_A = 1$, és a dir que no s'aplica cap correcció en aquest sentit.

K_V és el factor de velocitat, també anomenat factor dinàmic. Té en compte les càrregues no constants que apareixen degut a les irregularitats en la forma dels engranatges. El seu valor depèn de la classe de qualitat de la roda dentada i de la velocitat perifèrica v'_t en el cercle primitiu de funcionament. Es selecciona un engranatge de classe III, que correspon a les qualitats 7, 8 i 9 segons norma ISO i permet una velocitat perifèrica de fins a 20 m/s. Es calcula que la velocitat perifèrica màxima que es podria arribar a donar a l'engranament tenint en compte que la velocitat en buit del motor és de 3500 rpm és $v'_t = 7,82$ m/s. S'obté $K_V = 0,68$ d'acord amb la següent expressió:

$$K_V = \frac{6}{6 + \sqrt{v'_t}} \quad (9.5)$$

Finalment, K_M és el factor de distribució de la càrrega i té en compte que la càrrega que actua entre les dents d'un engranatge no es distribueix uniformement en l'amplada del flanc. El seu valor depèn de la relació entre l'amplada b i el diàmetre de funcionament d'_1 .

En aquest cas, es té $K_M = 1$, és a dir que tampoc cal cap correcció en aquest sentit.

Finalment, l'expressió definitiva per a la tensió en el peu de la dent causada per la flexió és, tant per les rodes com pel pinyó:

$$\sigma_{bi} = \frac{F_t}{b \cdot m_0} \cdot Y_{Fi} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{1}{K_A \cdot K_V \cdot K_M} \quad (9.6)$$

Pel parell màxim de 0,895 Nm, es té $F_t = 21,3$ N a cadascun dels dos contactes i per tant aquesta tensió val $2,37$ N/mm².

La resistència a fatiga a flexió en el peu de la dent σ_{blim} per:

1. Una durada de 10^7 cicles;
2. Una probabilitat de fallada del 1%;
3. Un coeficient de concentració de tensions en el peu de la dent de $Y_s = 1,8$, que correspon a un valor mig per a dents tallats amb una cremallera normalitzada;
4. Engranatges sotmesos a flexió unidireccional;

és, en el pitjor dels casos i per acers de cementació: $\sigma_{blim} = 300$ N/mm².

Segons G. Henriot, el límit de la tensió de fatiga en els engranatges disminueix fins a 10^9 cicles. Es defineix el factor de durada com:

$$K_{bL} = \left(\frac{10^7}{N} \right)^{\frac{1}{10}} \quad (9.7)$$

Per $N = 10^9$ es té $K_{bL} = 0,631$.

Finalment, la tensió resistent admissible a fatiga en el peu de la dent tant per la roda com pels pinyons és:

$$\sigma_{adm} = \sigma_{blim} \cdot K_{bL} \quad (9.8)$$

S'obté $\sigma_{adm} = 189,3$ N/mm². Aquest valor es troba molt per sobre de la tensió que veuran les dents als dos punts de contacte, i per tant inclús en el cas de l'engrenatge central en què cada dent treballa dos cops per volta es pot considerar que els engranatges tenen vida infinita.

9.2.3 Comprovació de la vida a fatiga superficial (picat)

El mètode de càlcul d'aquest apartat es basa també en el quadern CM3 Engranatges [30]. Les expressions que es fan servir provenen de la formulació de Hertz per a la pressió superficial que apareix en les superfícies de contacte de les dents d'un engranatge de dentat recte. La pressió superficial de Hertz és:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F'_t}{b \cdot d'_1} \cdot \frac{i+1}{i} \cdot \frac{1}{K_A \cdot K_V \cdot K_M}} \cdot Z_C \cdot Z_E \quad (9.9)$$

, on:

- F'_t : força tangencial que actua en el cercle de funcionament, que en aquest cas coincideix amb F_t ;

$$F'_t = \frac{2 \cdot M_{t1}}{d'_1} \quad (9.10)$$

- Z_C : factor geomètric, amb $\alpha' = \alpha = 20^\circ$;

$$Z_C = \sqrt{\frac{1}{\sin \alpha' \cdot \cos \alpha'}} \quad (9.11)$$

- Z_E : factor de material.

$$Z_E = \sqrt{0,35 \cdot E} \quad (9.12)$$

- K_A , K_V i K_M són equivalents als factors emprats a l'apartat anterior.

Pel valor de parell màxim, s'obté $\sigma_H = 184,7 \text{ N/mm}^2$.

Anàlogament al cas anterior, es defineix el valor de la tensió admissible a fatiga superficial σ_{Hlim} per:

1. Una duració de 10^7 cicles;
2. Una probabilitat de fallada del 1%.

En aquest cas, $\sigma_{Hlim} = 1400 \text{ N/mm}^2$. El factor de durada en aquest cas per a $N \geq 10^9$ cicles és $K_{HL} = 0,4642$. Finalment, la tensió admissible a fatiga superficial tant per les rodes com pel pinyó és:

$$\sigma_{adm} = \sigma_{Hlim} \cdot K_{HL} \quad (9.13)$$

S'obté $\sigma_{adm} = 649,9 \text{ N/mm}^2$, molt superior a la sol·licitació.

9.3 Comprovació de la vida a fatiga de l'eix central

9.3.1 Límit de fatiga

En primer lloc, es calcula el límit de fatiga en condicions no estàndard de l'eix considerat, que es mostra a la Figura 37.



Figura 37: Eix central

El límit de fatiga d'una peça es calcula de la següent forma [31]:

$$S_f = k_l \cdot k_d \cdot k_s \cdot \frac{1}{K_f} \cdot S'_f \quad (9.14)$$

on:

- S_f : límit de fatiga de la peça
- k_l : coeficient de tipus de càrrega
- k_d : coeficient de grandària
- k_s : coeficient d'acabat superficial
- K_f : coeficient de concentració de tensions
- S'_f : límit de fatiga de la proveta estàndard (flexió rotativa). Pel cas d'una proveta d'acer es té, per 10^3 cicles: $S_N = S_{10^3} = 0,9 \cdot R_m$; per 10^6 cicles: $S_f = 0,50 \cdot R_m$.

En aquest cas, però, l'eix es troba sotmès a un estat de càrregues biaxials (flexió i torsió), i per tant els coeficients de concentració de tensions són diferents per a σ_a (flexió, tracció-compressió) i per a τ_a . S'ha de tenir, doncs, la consideració que augmenten la tensió (i no que rebaixen la resistència) i la tensió alternativa de Von Mises s'expressa per:

$$\sigma'_a = \sqrt{(K_{f\sigma} \cdot \sigma_a)^2 + 3 \cdot (K_{f\sigma} \tau_a)^2} \quad (9.15)$$

Efecte del tipus de càrrega

Donat que l'eix es troba sotmès tant a flexió com a torsió, és a dir a un estat de càrrega biaxial, la formulació resultant es pren com a flexió simple i per tant ($k_l = 1$).

Efecte de la grandària

Un radi petit de proveta fa que el gradient de tensions augmenti. En particular, per un radi de 8 mm es té $k_d = 0,85$.

Efecte de l'acabat superficial

Prenent $R_m = 700 \text{ N/mm}^2$ i tenint en compte que els eixos són mecanitzats, es té $k_s = 0,75$.

Concentració de tensions

Es defineix com a coeficient de concentració de tensions teòric o geomètric K_t la relació entre la tensió màxima en un punt i la nominal, i com a coeficient de concentració de tensions en la fatiga K_f la relació entre el límit de fatiga d'una proveta sense entalles i el d'una proveta idèntica però entallada. La diferència entre K_t i K_f és deguda al material i ve avaluada per l'anomenada sensibilitat a l'entalla q .

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (9.16)$$

Per a la determinació de $K_{f\sigma}$, es pren el valor de K_t corresponent a una barra de secció circular, amb ranura anular, sotmesa a flexió: $K_t = 2,2$. La sensibilitat a l'entalla es pren $q = 0,65$. Finalment, fent servir l'expressió anterior, es troba $K_{f\sigma} = 1,78$.

Per a la determinació de $K_{f\tau}$, es pren el valor de K_t corresponent a una barra de secció circular, amb ranura anular, sotmesa a torsió: $K_t = 1,7$. La sensibilitat a l'entalla es pren $q = 0,75$. Finalment, fent servir l'expressió anterior, es troba $K_{f\tau} = 1,52$.

Per a 10^3 cicles, els coeficients k_s i k_d no s'han d'aplicar, però el coeficient K_f es veu modificat segons un cert factor que depèn del material i de la seva resistència a la tracció. En aquest cas, $factor = 0,2$ i per tant:

$$K'_f = 1 + factor \cdot (K_f - 1) \quad (9.17)$$

S'obté: $K'_{f\sigma} = 1,16$ i $K'_{f\tau} = 1,11$.

Amb tot això, s'obtenen els següents límits de fatiga, tenint en compte que els coeficients de concentració de tensions queden pendents d'aplicar a les tensions:

- $S_N = [S_{10^3} \text{ proveta}] = 630 \text{ N/mm}^2$

$$\bullet S_f = k_l \cdot k_d \cdot k_s \cdot S'_f = 223,1 \text{ N/mm}^2$$

9.3.2 Diagrames de sòlid lliure

Per tal de veure quines són les seccions crítiques a tenir en compte, es realitzen diversos diagrames de sòlid lliure. Tot i que aquests depenen de la posició dels corrons, és a dir que el balanceig dels corrons respecte de la carcassa afecta a les sol·licitacions, donat que l'angle girat respecte la posició de referència en què els dos corrons es situen de forma simètrica respecte del conjunt no és molt gran ($\sim 30^\circ$ com a màxim), es decideix realitzar la comprovació per angle 0° .

El primer diagrama (Figura 38) correspon al sistema que inclou la politja conduïda, els engranatges, l'eix central, els dos eixos secundaris, l'articulació entre els eixos i finalment els corrons.

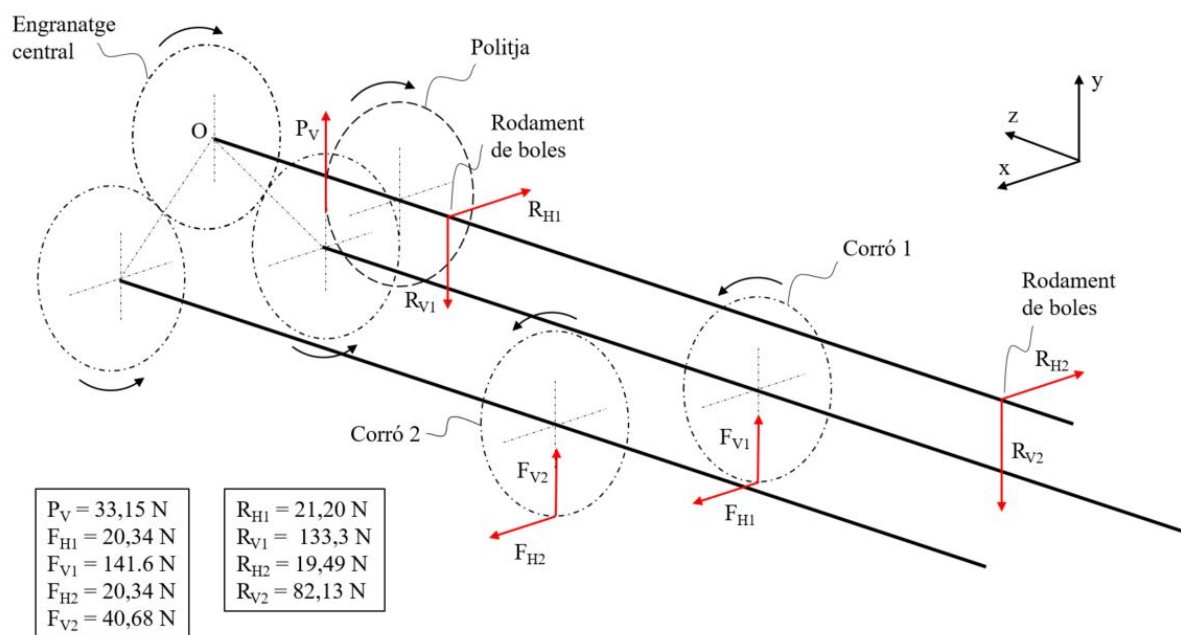


Figura 38: Diagrama de forces del sistema: politja + engranatges + eixos + articulació + corrons.

Les equacions d'equilibri són les següents:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad F_{H1} + F_{H2} - R_{H1} - R_{H2} = 0 \\ \sum F_y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad P_V + F_{V1} + F_{V2} - R_{V1} - R_{V2} = 0 \\ \sum M_{x,O} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad P_V \cdot 13,5 - R_{V1} \cdot 27,5 + (F_{V1} + F_{V2}) \cdot 70,25 - R_{V2} \cdot 116,75 = 0 \\ \sum M_{y,O} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad R_{H1} \cdot 27,5 - (F_{H1} + F_{H2}) \cdot 70,25 + R_{H2} \cdot 116,75 = 0 \\ \sum M_{z,O} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad P_V \cdot \frac{D_{\text{politja}}}{2} + F_{V2} \cdot 29,7 - F_{V1} \cdot 29,7 + (F_{H1} + F_{H2}) \cdot 51,7 = 0 \end{array} \right.$$

Es tenen 8 incògnites i només 5 equacions. Es necessiten doncs 3 equacions addicionals. Una d'elles s'obté de la hipòtesi que la potència que rep la politja es transmet en la seva totalitat cap als corrons (recobriment $\simeq 1$), i per tant es té que:

$$P_V \cdot \frac{D_{\text{politja}}}{2} = (F_{H1} + F_{H2}) \cdot D_{\text{corrons}} \quad (9.18)$$

Donat que es tracta d'un sistema indeterminat, es fa la hipòtesi que la força tangencial a tots dos corrons és la mateixa, i que el que té menys càrrega normal està a punt de lliscar. Aquestes condicions es tradueixen en les següents expressions:

$$F_{H1} = F_{H2} \quad (9.19)$$

$$F_{H2} = \mu \cdot F_{V2} \quad (9.20)$$

D'aquí s'obtenen els valors de les forces que es mostren a la Figura 38. Abans de passar als diagrames de sòlid lliure dels eixos, és necessari trobar les forces externes i reaccions a la transmissió per engranatges. Tenint en compte que la relació de transmissió de la corretja és 1 i suposant que no hi ha pèrdues a la transmissió per tal d'estudiar el cas més crític en què es transmetria tot el parell, es considera que el moment aplicat sobre el pinyó en aquesta situació correspon al parell màxim que pot assolir el motor: $M_t = 0,895$ N.

Es considera que el parell es transmet de forma equilibrada cap a les dues rodes, i per tant les equacions d'equilibri pel pinyó són les següents:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad E_H - 2 \cdot R_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ \sum F_y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -E_V + 2 \cdot R_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ \sum M_O = 0 \quad \Leftrightarrow \quad M_t - 2 \cdot R_1 \cdot \frac{d'}{2} = 0 \end{array} \right.$$

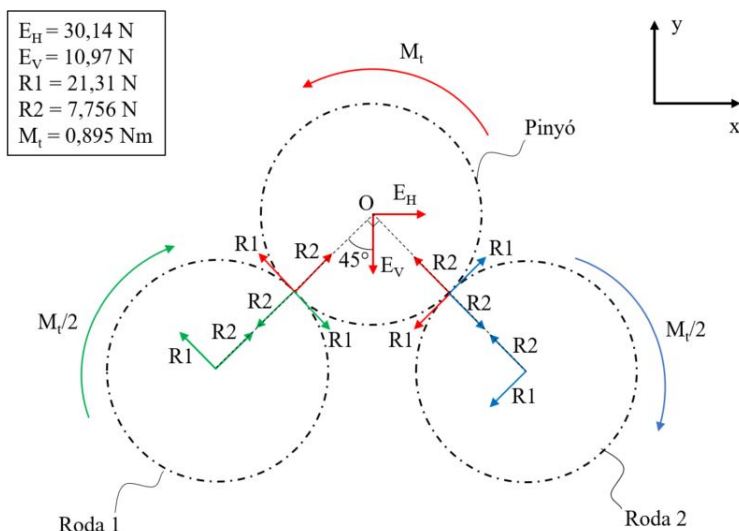


Figura 39: Diagrama de les forces implicades en la transmissió per engranatges.

Els resultats obtinguts es mostren a la Figura 39.

La Figura 40 mostra el diagrama de sòlid lliure del sistema format per la politja, l'eix i l'engranatge centrals.

Les equacions d'equilibri són:

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 & \Leftrightarrow -\sqrt{2} \cdot R_1 - R_{H1} - R_{H2} - A_{H1} - A_{H2} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot R_2 + P_V - R_{V1} - R_{V2} + A_{V1} + A_{V2} = 0 \\ \sum M_{x,O} = 0 & \Leftrightarrow P_V \cdot 13,5 - R_{V1} \cdot 27,5 + A_{V1} \cdot 36 + A_{V2} \cdot 106 - R_{V2} \cdot 116,75 = 0 \\ \sum M_{y,O} = 0 & \Leftrightarrow R_{H1} \cdot 27,5 + A_{H1} \cdot 36 + A_{H2} \cdot 106 + R_{H2} \cdot 116,75 = 0 \end{cases}$$

Notar que la suma de moments en l'eix z no apareix ja que s'ha imposat anteriorment.

A continuació, els dos diagrames de sòlid lliure dels eixos secundaris junt amb el seu respectiu engranatge i corró permet trobar les reaccions que apareixen als rodaments d'agulles en cada cas (Figures 41 i 42). En cadascun d'aquests dos casos es tenen també 4 equacions amb 4 incògnites.

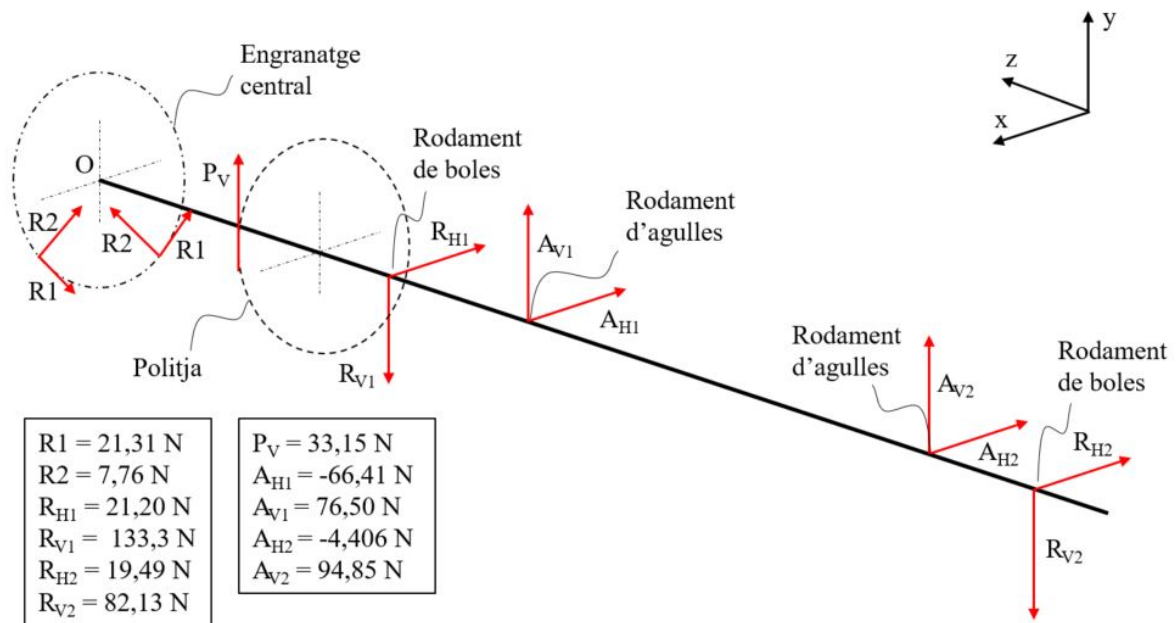


Figura 40: Diagrama de forces de la politja, l'engranatge i l'eix centrals.

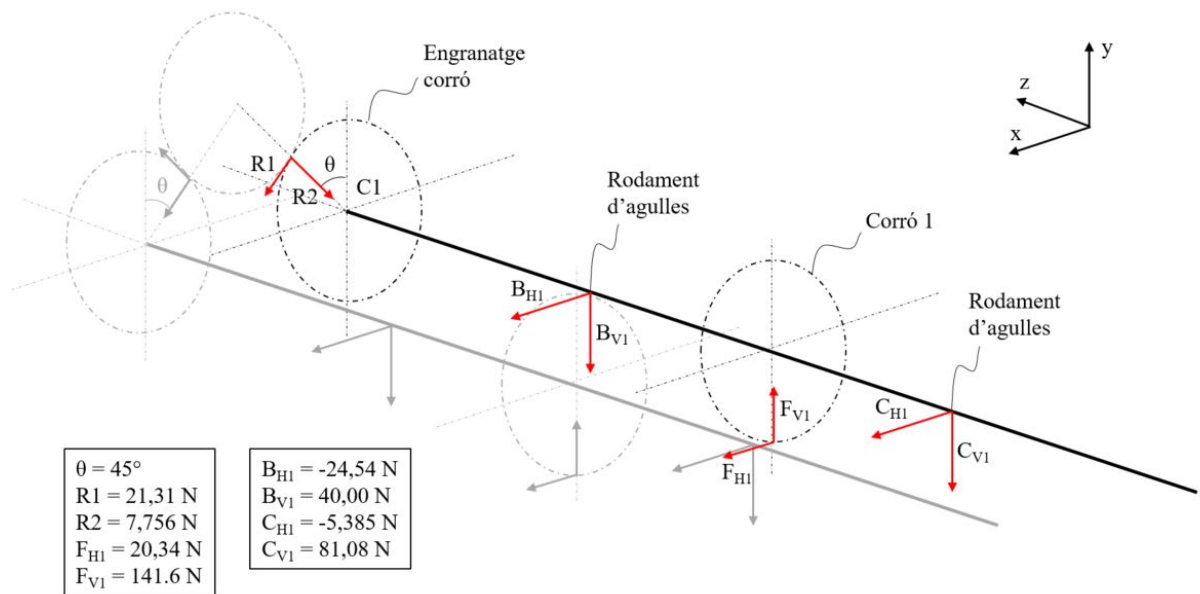


Figura 41: Diagrama de forces de l'eix secundari 1 + engranatge + corró.

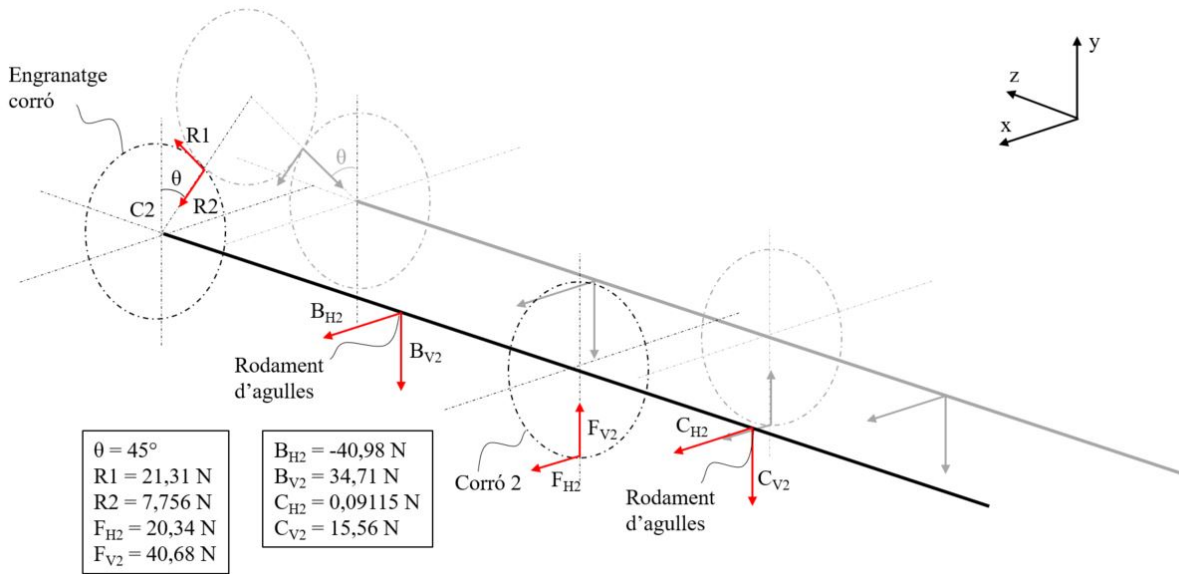


Figura 42: Diagrama de forces de l'eix secundari 2 + engranatge + corró.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R_2 + B_{H1} + F_{H1} + C_{H1} = 0 \\ \sum F_y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R_2 - B_{V1} + F_{V1} - C_{V1} = 0 \\ \sum M_{x,C1} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -B_{V1} \cdot 35,1 + F_{V1} \cdot 70,25 - C_{V1} \cdot 105,4 = 0 \\ \sum M_{y,C1} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -B_{H1} \cdot 35,1 - F_{H1} \cdot 70,25 - C_{H1} \cdot 105,4 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R_2 + B_{H2} + F_{H2} + C_{H2} = 0 \\ \sum F_y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot R_2 - B_{V2} + F_{V2} - C_{V2} = 0 \\ \sum M_{x,C2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -B_{V2} \cdot 35,1 + F_{V2} \cdot 70,25 - C_{V2} \cdot 105,4 = 0 \\ \sum M_{y,C2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -B_{H2} \cdot 35,1 - F_{H2} \cdot 70,25 - C_{H2} \cdot 105,4 = 0 \end{array} \right.$$

Finalment, es comprova que els resultats obtinguts són coherents mitjançant el diagrama de sòlid lliure de l'articulació que uneix l'eix central amb els dos eixos que suporten els corrons (Figura 43) i la resolució del següent sistema d'equacions:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad A_{H1} + A_{H2} - B_{H1} - B_{H2} - C_{H1} - C_{H2} = 0 \\ \sum F_y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -A_{V1} - A_{V2} + B_{V1} + B_{V2} + C_{V1} + C_{V2} = 0 \\ \sum M_{x,D} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (C_{V1} + C_{V2} - A_{V2}) \cdot 70 = 0 \\ \sum M_{y,D} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (C_{H1} + C_{H2} - A_{H2}) \cdot 70 = 0 \\ \sum M_{z,D} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (B_{V1} + B_{H1} + B_{H2} + C_{H1} + C_{V1} + C_{H2} - B_{V2} - C_{V2}) \cdot 29,7 = 0 \end{array} \right.$$

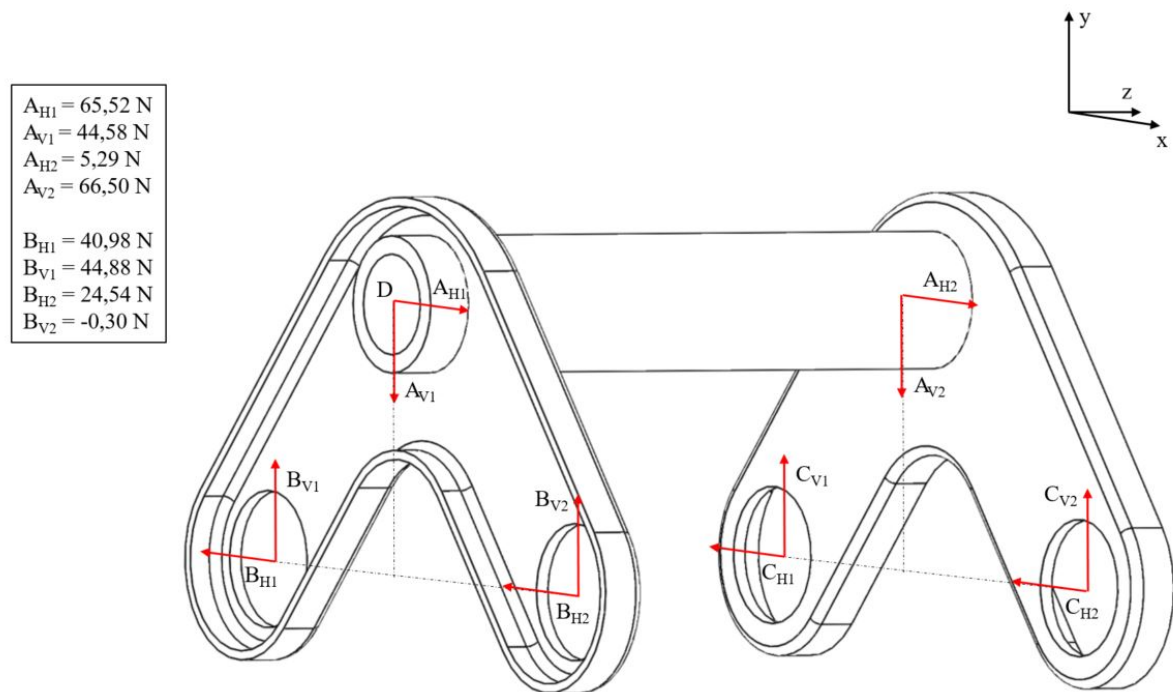


Figura 43: Diagrama de forces de l'articulació.

9.3.3 Comprovació de la vida a fatiga de l'eix central

Per tal de trobar els diagrames d'esforços a l'eix central, es segueix el criteri de signes vectorial que es mostra a la Figura 44. Les equacions emprades per trobar els esforços a cada secció es detallen a continuació i s'il·lustra el resultat a la Figura 45.

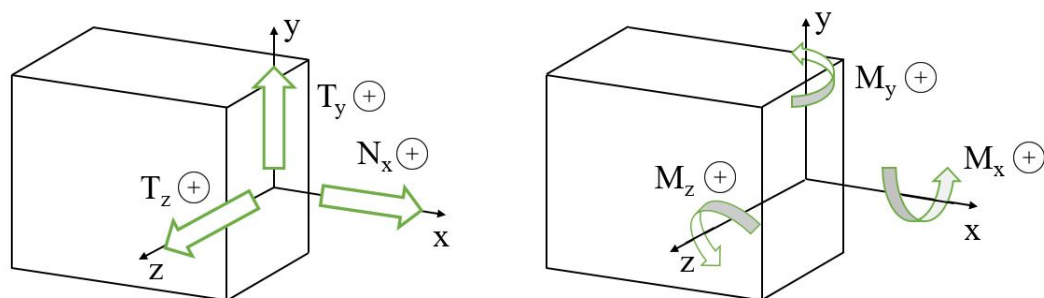


Figura 44: Criteri de signes vectorial.

Secció A

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum T_x = -R_{H2} = -19,49 \text{ N} \\ \sum T_y = -R_{V2} = -82,13 \text{ N} \\ \sum M_x = 0 \\ \sum M_y = 0 \\ \sum M_z = 0 \end{array} \right.$$

Secció B

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum T_x = -R_{H2} - A_{H2} = -15,08 \text{ N} \\ \sum T_y = -R_{V2} + A_{V2} = 12,72 \text{ N} \\ \sum M_x = -R_{V2} \cdot 10,75 \cdot 10^{-3} = 88,29 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} \\ \sum M_y = R_{H2} \cdot 10,75 \cdot 10^{-3} = 20,95 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} \\ \sum M_z = 0 \end{array} \right.$$

Secció C

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum T_x = -R_{H2} - A_{H2} - A_{H1} = 51,33 \text{ N} \\ \sum T_y = -R_{V2} + A_{V2} + A_{V1} = 89,22 \text{ N} \\ \sum M_x = -R_{V2} \cdot 80,75 \cdot 10^{-3} + A_{V2} \cdot 70,00 \cdot 10^{-3} = 0,75 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} \\ \sum M_y = R_{H2} \cdot 80,75 \cdot 10^{-3} + A_{H2} \cdot 70,00 \cdot 10^{-3} = 1,265 \text{ Nm} \\ \sum M_z = 0 \end{array} \right.$$

Secció D

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum T_x = -R_{H2} - A_{H2} - A_{H1} - R_{H1} = 30,13 \text{ N} \\ \sum T_y = -R_{V2} + A_{V2} + A_{V1} - R_{V1} = -44,08 \text{ N} \\ \sum M_x = -R_{V2} \cdot 89,25 \cdot 10^{-3} + A_{V2} \cdot 78,50 \cdot 10^{-3} + A_{V1} \cdot 8,5 \cdot 10^{-3} = 76,59 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} \\ \sum M_y = R_{H2} \cdot 89,25 \cdot 10^{-3} + A_{H2} \cdot 78,50 \cdot 10^{-3} + A_{H1} \cdot 8,5 \cdot 10^{-3} = 82,91 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} \\ \sum M_z = 0 \end{array} \right.$$

Secció E

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum T_x = -R_{H2} - A_{H2} - A_{H1} - R_{H1} = 30,13 \text{ N} \\ \sum T_y = -R_{V2} + A_{V2} + A_{V1} - R_{V1} + P_V = -10,93 \text{ N} \\ \sum M_x = -R_{V2} \cdot 103,3 \cdot 10^{-3} + A_{V2} \cdot 92,50 \cdot 10^{-3} + A_{V1} \cdot 22,50 \cdot 10^{-3} - R_{V1} \cdot 14,00 \\ \quad = 14,88 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} \\ \sum M_y = R_{H2} \cdot 103,3 \cdot 10^{-3} + A_{H2} \cdot 92,50 \cdot 10^{-3} + A_{H1} \cdot 22,50 \cdot 10^{-3} + R_{H1} \cdot 14,00 \\ \quad = 40,74 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} \\ \sum M_z = P_V \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 89,50 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} \end{array} \right.$$

Secció F

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum T_x = -R_{H2} - A_{H2} - A_{H1} - R_{H1} - 2 \cdot R_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \text{ N} \\ \sum T_y = -R_{V2} + A_{V2} + A_{V1} - R_{V1} + P_V + 2 \cdot R_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \text{ N} \\ \sum M_x = -R_{V2} \cdot 116,8 \cdot 10^{-3} + A_{V2} \cdot 106,0 \cdot 10^{-3} + A_{V1} \cdot 36,00 \cdot 10^{-3} - R_{V1} \cdot 27,50 \\ \quad + P_V \cdot 13,50 \cdot 10^{-3} = 0 \text{ Nm} \\ \sum M_y = R_{H2} \cdot 116,8 \cdot 10^{-3} + A_{H2} \cdot 106,0 \cdot 10^{-3} + A_{H1} \cdot 36,00 \cdot 10^{-3} + R_{H1} \cdot 27,50 = 0 \text{ Nm} \\ \sum M_z = P_V \cdot 30,00 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot R_1 \cdot 21,00 \cdot 10^{-3} = 0 \text{ Nm} \end{array} \right.$$

En vista dels diagrames d'esforços, es veu que la secció crítica és la secció D.

- L'esforç tallant és:

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \sqrt{89,22^2 + 51,33^2} = 102,9 \text{ N} \quad (9.21)$$

Per tant:

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{T}{A} = \frac{4}{3} \cdot \frac{T}{\pi \cdot \frac{D^2}{4}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{102,9}{\pi \cdot \frac{8^2}{4}} = 2,73 \text{ MPa} \quad (9.22)$$

- El moment torsor és nul a la secció considerada: $M_z = 0 \text{ MPa}$.
- El moment flector és:

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{0,007503^2 + 1,265^2} = 1,265 \text{ MPa} \quad (9.23)$$

Per tant:

$$\sigma_{x \max} = \frac{M \cdot y'_{\max}}{I} = \frac{M \cdot \frac{D}{2}}{\pi \cdot \frac{D^4}{64}} = 25,27 \text{ MPa} \quad (9.24)$$

Es té, doncs, que la tensió normal màxima total val $\sigma_{x \max} = 25,27 \text{ MPa}$ i que la tensió tangencial màxima val $\tau_{\max} = 2,73 \text{ MPa}$. Tenint en compte que el tipus de tensió és purament alternativa, la tensió equivalent de Von Mises σ_{eq} al punt més crític correspon amb la tensió alternativa de Von Mises σ'_a :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{(K_{f\sigma} \cdot \sigma_{x \max})^2 + 3 \cdot (K_{f\tau} \cdot \tau_{\max})^2} = 29,78 \text{ MPa} \quad (9.25)$$

Aquesta tensió equivalent és molt inferior al valor de $S_f = 223,1 \text{ MPa}$. Per tant, es pot considerar que l'eix central té vida a fatiga infinita.

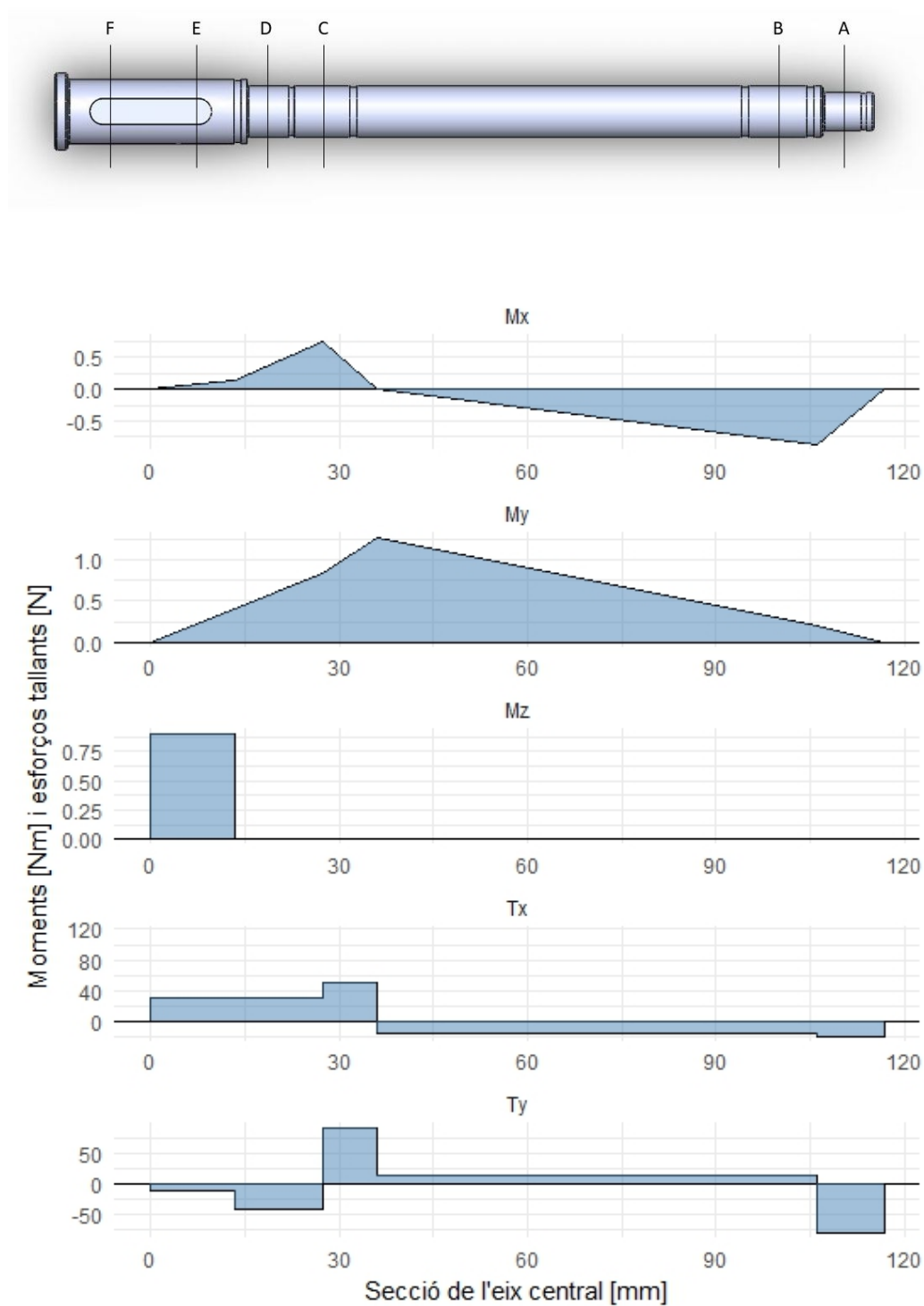


Figura 45: Diagrames d'esforços a l'eix central.

9.4 Carcassa

9.4.1 Simplificacions i condicions de contorn

La comprovació de la carcassa es realitza fent ús del programa d'elements finits Ansys. Donat que es tracta d'una peça complexa que porta a la generació d'un mallat que supera el nombre d'elements suportat pel programa, es decideix realitzar algunes simplificacions per tal de poder dur a terme l'anàlisi. En primer lloc, s'eliminen els petits radis i es simplifiquen els plecs de xapa. D'altra banda, s'eliminen tots els forats que no reben de forma directa cap força externa. Finalment, les peces soldades s'extrueixen directament del sòlid per tal que el programa ho tracti com un únic sòlid.

Es decideix restringir el moviment en totes les direccions de les dues superfícies afectades per la unió cargolada entre les brides i la carcassa. Les forces implicades són el pes del motor i les reaccions corresponents als rodaments de boles de l'eix central. Els valors s'extreuen directament del diagrama de forces de l'eix central presentat a l'apartat anterior (Figura 37).

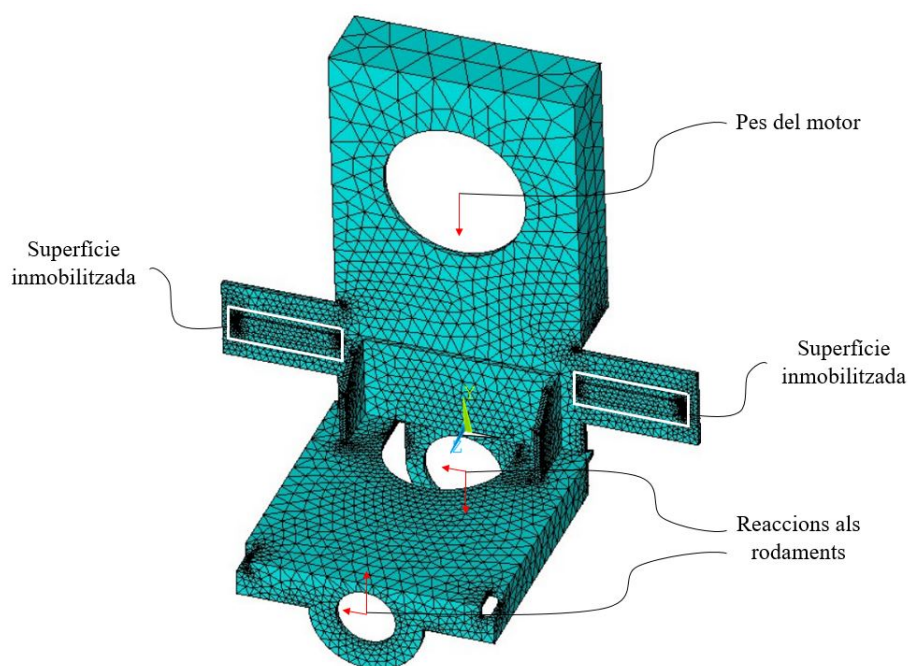


Figura 46: Model Ansys de la carcassa.

9.4.2 Tensió equivalent de Von Mises

La Figura 47 (a) mostra com pràcticament la totalitat de la peça es veu sotmesa a tensions de Von Mises molt baixes. S'observen, però, algunes zones amb valors relativament elevats: es tracta de les zones que envolten les superfícies fictícies que simulen l'efecte de la unió cargolada i que es troben fixades en totes les direccions. Tot i això, el valor que s'hi observa és molt inferior a 700 MPa, límit elàstic del material escollit, i per tant encara que s'haguessin de tenir en compte aquests valors de tensió, la carcassa ho suportaria.

La Figura 47 (b) mostra el mateix resultat amb una modificació de l'escala per tal de poder observar com es distribueixen les tensions més baixes i realment existents. S'observa que, com és d'esperar, les tensions més elevades es troben al voltant de la unió cargolada. En qualsevol cas, aquestes tensions són molt més baixes que el límit elàstic del material i per tant la carcassa queda validada quant a tensions.

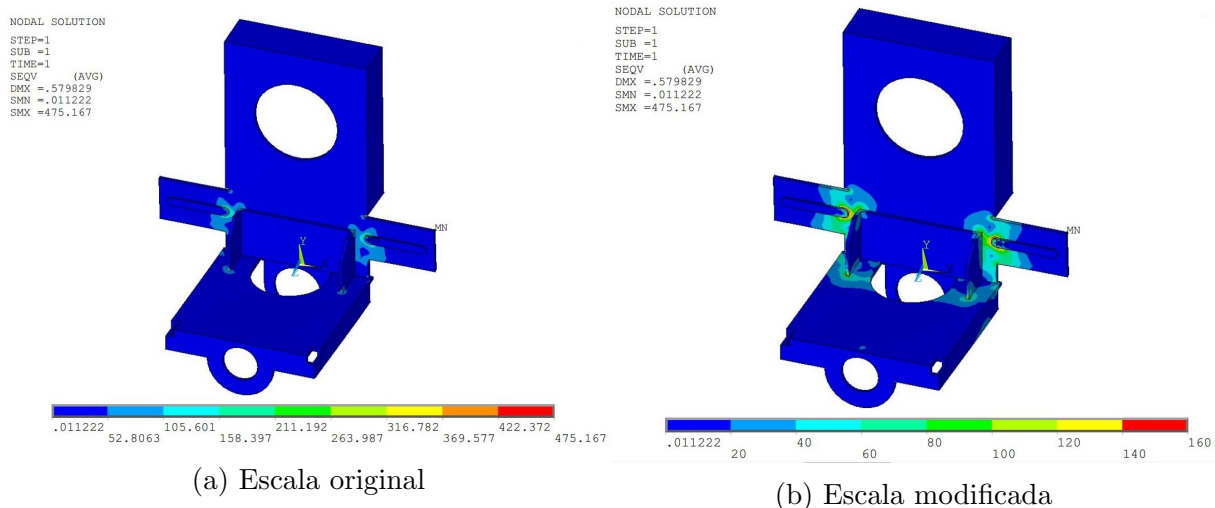


Figura 47: Tensions de Von Mises de la carcassa

9.4.3 Deformacions

L'anàlisi de deformacions mostra com la carcassa té una lleugera rotació respecte l'eix que uneix les dues fixacions (Figura 48). La deformació màxima, de l'ordre de 50 μm , es troba a l'extrem esquerre de la carcassa. Per tant, la deformació màxima que es pot produir a la zona crítica, és a dir al punt de contacte dels corrons amb la roda, és d'aproximadament 0,25 mm, valor que es considera acceptable.

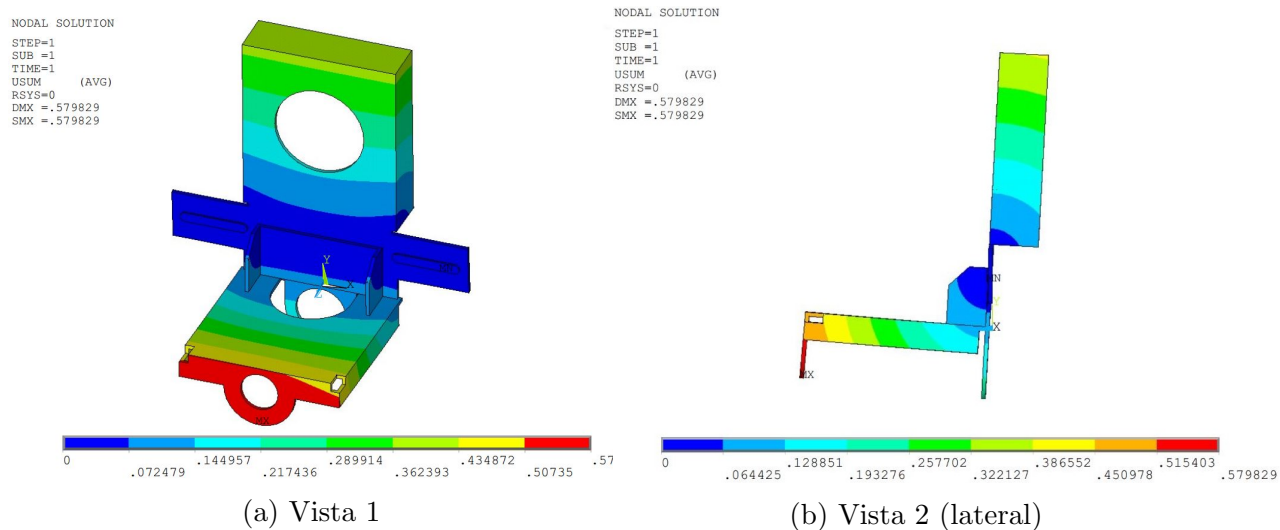


Figura 48: Deformació de la carcassa

9.5 Rodaments

En aquest apartat es realitza la comprovació dels rodaments de boles DIN 625-1 de l'eix central següents:

- Rodament rígid de boles S608-2Z Schaeffler [33], de diàmetre 8 mm, capacitat de càrrega dinàmica radial $C_r = 2550$ N i capacitat de càrrega estàtica radial $C_{0r} = 1090$ N.
- Rodament rígid de boles S606-2Z Schaeffler [32], de diàmetre 6 mm, capacitat de càrrega dinàmica radial $C_r = 1920$ N i capacitat de càrrega estàtica radial $C_{0r} = 670$ N.

Rodament rígid de boles S608-2Z

Aquest rodament suporta, d'acord amb els resultats de l'apartat anterior, una força radial de $R_{rad1} = 135,0$ N que prové de calcular:

$$R_{rad1} = \sqrt{R_{H1}^2 + R_{H2}^2} \quad (9.26)$$

Es veu com la capacitat de càrrega estàtica és molt més elevada. Quant a la càrrega dinàmica, prenent un factor de servei $f_z = 1,5$ per tenir en compte possibles arrencades brusques, es té:

$$P_1 = R_{rad1} \cdot f_z \quad (9.27)$$

$$C_1 = \sqrt[3]{\frac{L}{10^6}} \cdot P_1 \quad (9.28)$$

Es pren $L = 1,16 \cdot 10^8$, ja que és la vida útil en cicles desitjada. S'obté $P_1 = 202,5$ N i $C_1 = 987,7$ N aproximadament, valor molt inferior a la capacitat dinàmica del rodament escollit.

Rodament rigid de boles S606-2Z

Aquest rodament suporta una força radial $R_{\text{rad}2} = 84,41$ N. Es veu com, similarment al cas anterior, la capacitat de càrrega estàtica és molt més elevada. Quant a la càrrega dinàmica, prenent el mateix factor de servei $f_z = 1,5$, es té $P_2 = 126,6$ N i $C_2 = 617,4$ N. Per tant, aquest rodament també queda validat a vida infinita.

10 Anàlisi econòmic

Es planteja l'anàlisi econòmic del projecte des del seu plantejament fins a la construcció del prototip. En primer lloc, es calcula el cost associat a la compra dels components necessaris a la fabricació del prototip i, a continuació, s'afegeix el cost de desenvolupament de la totalitat del projecte.

Les peces comercials es compren i la resta de peces s'encarreguen a tallers. Per tal d'estimar el cost de les peces fabricades, es tenen en compte el cost dels materials (Taula 6), el cost de les matrius i eines específiques necessàries en alguns dels processos de fabricació i el cost de fabricació (Taula 7). El cost associat als elements comercials s'aproximen en base a productes reals (Taula 8).

Material	Quantitat [kg]	Cost [€]
Acer	2	4
Alumini	0,2	1,5
Plàstic	0,1	1
Total		6,5

Taula 6: Cost dels materials

Els costos associats al desenvolupament del projecte es detallen a continuació:

- S'aproxima el salari d'un enginyer recent titulat a 10 €/h i es considera que les hores treballades corresponen als 12 crèdits associats al Treball de Fi de Màster: sent un crèdit equivalent a 30 h de treball, s'han treballat al voltant de 360 h en aquest projecte. Per tant, el cost total és de 3600 €.
- El hardware utilitzat és un ordinador de 1740 € amb un cicle de vida esperat de 6 anys. Comptant que 6 anys corresponen a 52560 h i que es dediquen 360 h a realitzar el projecte, el cost del hardware associat a la realització del Treball de Fi de Màster és d'aproximadament 12 €.
- El software emprat és el programa de CAD SolidWorks Student Edition i el programa d'elements finits Ansys. La llicència de la versió estudiantil de SolidWorks té un cost de 3000 € amb duració d'un any. Per tant, la part proporcional corresponent a les hores treballades té un cost associat de 123 €. La llicència d'Ansys de l'Escola

costa 170 €/any. Donat que s'ha compartit una mateixa llicència durant un quadrimestre entre dues persones, es considera que el cost corresponent a imputar al projecte és de 44 € corresponent a aproximadament 1/4 del cost total.

El cost total del projecte (Taula 9) és d'aproximadament 4700 €, dels quals el 75 % corresponen al cost del temps dedicat a la realització del projecte.

Element	Material	Processos	Matriu i eines especials	Quantitat	Cost [€]
Carcassa (xapa i cartel·les)	Acer	Tall làser, punxonat, plegat ^a i soldat	-	1	30
Tapa	Plàstic	Impressió 3D ^b	-	1	15
Corró	Alumini i goma	Mecanitzat, electroerosió per fil i mandrinat ^c	-	2	200
Articulació	Acer	Mecanitzat ^d (45 min) i soldat	-	1	33,5
Articulació auxiliar	Acer	Mecanitzat (10 min)	-	2	20
Eix	Acer	Mecanitzat (torn: 20 min, fresat: 5 min, rectificat: 1h)	-	3	190
Xaveta	Acer	Mecanitzat (5 min)	-	3	20
Brida superior	Acer	Mecanitzat ^d (45 min)	Utiltatje de subjecció	2	266,5
Brida inferior	Acer	Mecanitzat ^d (45 min)	-	2	66,5
Botó	Acer	Mecanitzat (20 min)	-	6	100
Total					791,5

^a El plegat de la xapa pel prototip es realitza amb una plegadora de control numèric, sense cap matriu de plegat.

^b El procés de producció real és injecció. Caldria una matriu d'alumini.

^c En producció seriada aquesta peça es faria d'extrusió d'alumini, i per tant amb una matriu d'extrusió.

^d El procés de producció real és embotició. Es mecanitza la peça del prototip per tal d'estalviar els costos associats a l'utiltatge. S'estima un cost de mecanitzat de 40 €/h i 5 min de preparació de la màquina.

Taula 7: Cost de les peces a fabricar

Element	Preu unitari	Quantitat	Cost [€]
Motor	30,00	1	30,00
Tub articulació	2,00	1	2,00
Rodament rígid de boles S606-2Z Schaeffler	7,51	1	7,51
Rodament rígid de boles S608-2Z Schaeffler	8,17	1	8,17
Rodaments d'agulles K8X11X8-TV Schaeffler	4,10	6	24,60
Engranatge	5,00	3	15,00
Corretja dentada	2,00	1	2,00
Politja	3,40	2	6,80
Fixació	2,00	4	8,00
Element d'unió	0,50	19	9,50
Circlip	0,04	7	0,28
Total			114

Taula 8: Cost dels elements comercials

Concepte	Cost [€]
Enginyer	3600
Material	6,5
Peces fabricades (material, utillatge i procés)	791,5
Peces comercials	114
Hardware	12
Software	167
Total	4691

Taula 9: Cost total del projecte

11 Anàlisi d'impacte ambiental

11.1 Cicle de vida d'un producte

Per tal de dur a terme l'anàlisi d'impacte ambiental, es consideren les diferents etapes del cicle de vida del kit dissenyat³ i els efectes sobre el medi ambient que cadascuna d'elles suposa.

El cicle de vida d'un producte consta, en general, de 5 fases, que s'il·lustren a la Figura 49. En primer lloc, és necessari extreure i processar les matèries primeres a partir de les quals es produiran els diferents elements. En segon lloc, es realitza la manufactura de cada component i es transporten fins al lloc on començarà la tercera etapa, que inclou: l'ensamblatge, l'embalatge, l'emmagatzematge i el transport cap al punt de venda del producte. A continuació, comença la vida útil del producte, que suposa també el seu manteniment, el recanvi de peces i un cert consum energètic. Finalment, es reciclen o es rebutgen els diferents components del kit.

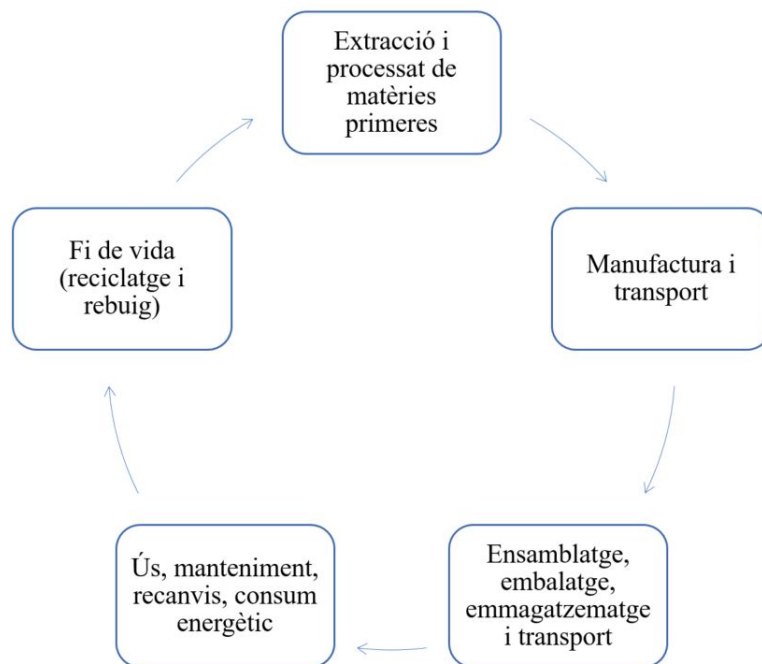


Figura 49: Cicle de vida d'un producte.

³En aquest cas, es considera el cicle de vida del producte final i no del prototip.

11.2 Eficiència energètica de la xarxa

Per tal de quantificar l'impacte d'aquelles etapes que impliquin un cert consum energètic en el medi ambient, es proposa aproximar les emissions equivalents de CO₂ en cada cas.

Les Figures 50 i 51 mostren l'evolució temporal de la generació elèctrica i les emissions de CO₂ respectivament, segons els diferents tipus de central des de les 20h del dia 27 de juny de 2017 fins les 20h del 28 de juny de 2017 [34].

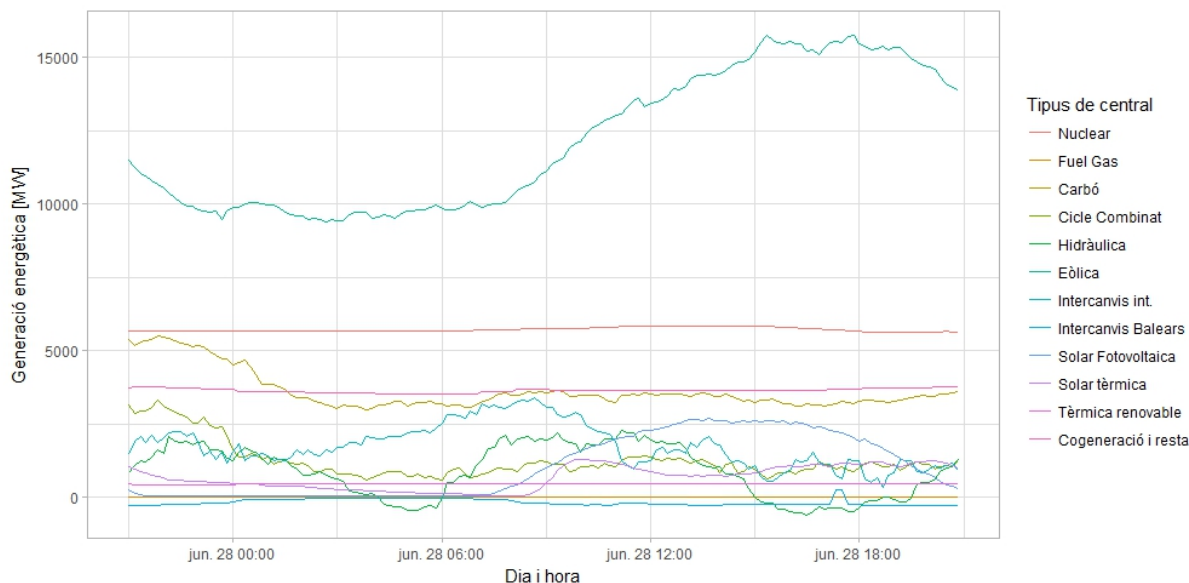


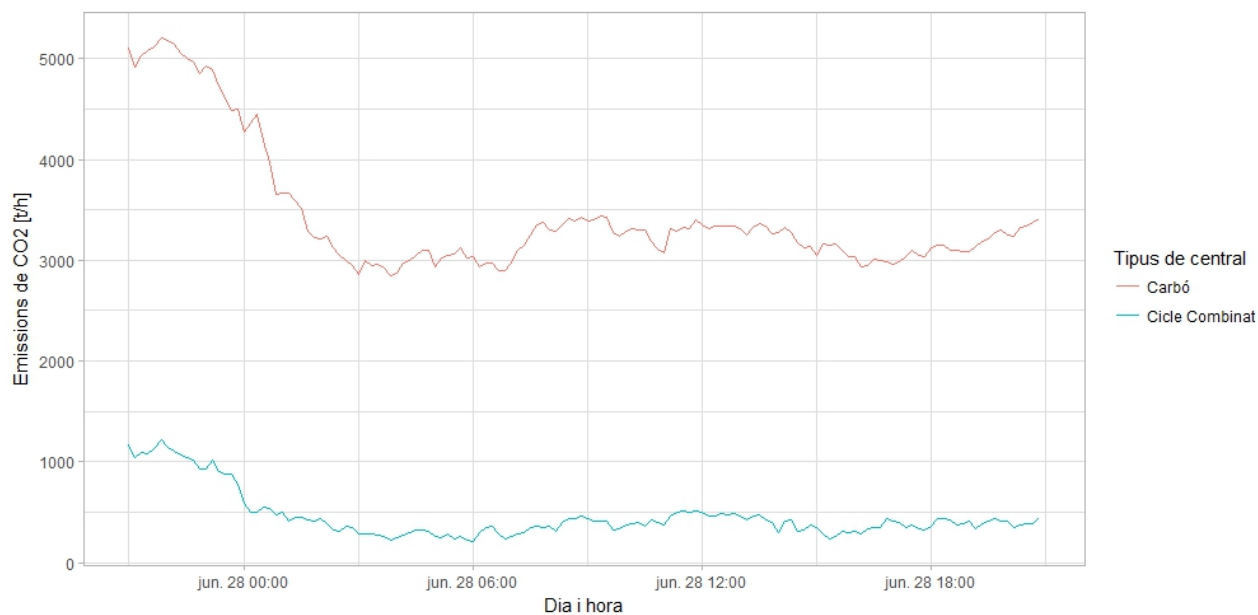
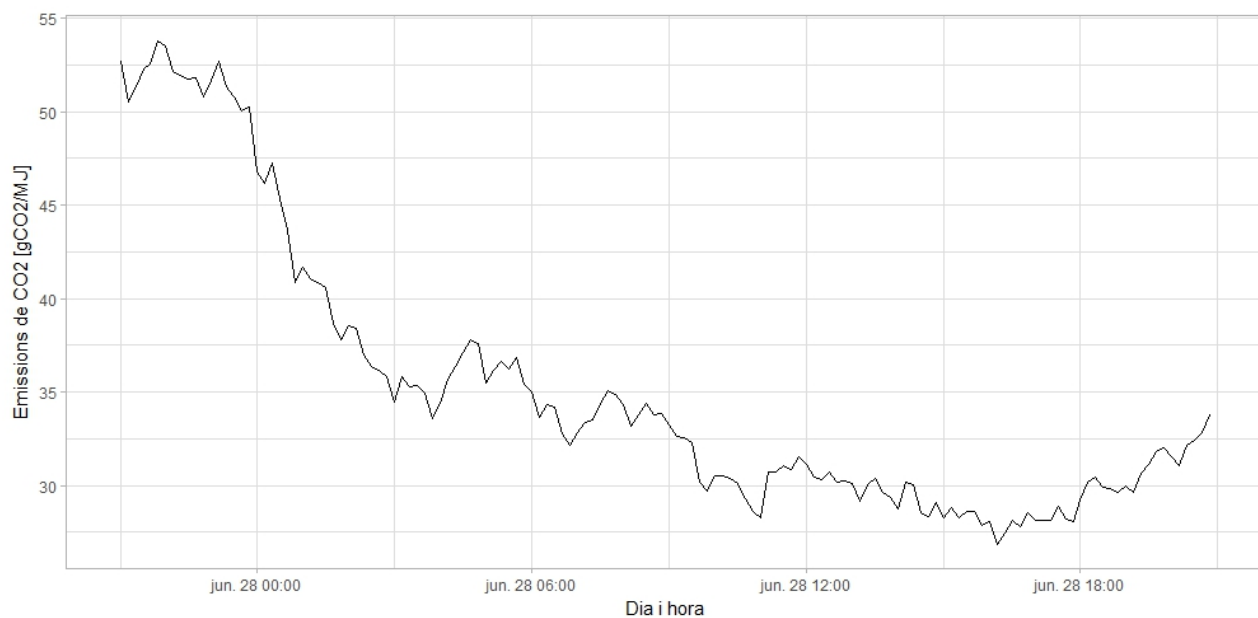
Figura 50: Evolució temporal de la generació elèctrica segons el tipus de central.

Això es tradueix en una eficiència energètica que varia molt en funció de la franja horària, tal i com s'observa a la Figura 52. Es pren com a referència el valor mitjà, que correspon a aproximadament 35 g_{CO2}/MJ.

11.3 Extracció i processat

El kit està format en gran part per elements d'acer: carcassa d'acer plegada, eixos mecanitzats, brides embotides, engranatges i elements d'unió. Els corrons estan fets d'injecció d'alumini i recoberts de goma. Finalment, la tapa cargolada a la carcassa és de plàstic.

L'extracció i processat d'aquests materials suposa una despesa energètica d'aproximadament 30 MJ/kg per l'acer, 160 MJ/kg per l'alumini i 100 MJ/kg pel plàstic [35]. D'acord amb el que s'ha vist a l'apartat anterior, la Taula 10 resumeix les emissions de CO₂ associades a l'extracció del material per a la construcció d'una unitat de kit.


 Figura 51: Evolució temporal de les emissions de CO₂ segons el tipus de central.

 Figura 52: Evolució temporal de les emissions de CO₂ en g/MJ generat.

Material	[kg]	Despesa energètica [MJ]	Emissions associades [gCO ₂]
Acer	2	30	2100
Alumini	0,2	160	1120
Plàstic	0,1	100	350
Total			3570

Taula 10: Emissions de CO₂ associades a l'extracció de materials

11.4 Manufactura

La manufactura dels diferents materials va associada a un consum energètic de la maquinària: plegat de xapa, mecanitzat, tall amb làser, soldat, injecció, embotició, etc. A més a més, es considera també en aquesta etapa el cost energètic associat a l'ús de l'ordinador pel desenvolupament del projecte. La Taula 11 resumeix el cost associat a aquesta etapa.

Màquina	Potència [kW]	Temps d'utilització [h]	Energia [kWh]	Cost [CO ₂]
Ordinador	0,1	360	36	4536
Plegadora	2	1	2	252
CNC	11	6	66	8316
Tall làser	0,1	0,1	0,01	2
Soldadora	10	1	10	1260
Extrusora	15	0,5	7,5	945
Injectora	28	0,5	14	1764
Prensa	2	1	2	252
Total				17327

Taula 11: Emissions de CO₂ associades a la utilització de maquinària

11.5 Ensamblatge, embalatge, emmagatzematge i transport

En aquesta etapa es tenen en compte tots els passos necessaris des de l'ensamblatge dels components fins al moment en què el producte arriba al consumidor final. Els residus provenen majoritàriament del procés d'embalatge, i el cost energètic va associat essencialment al transport des de la nau fins al punt de venda.

11.6 Ús, manteniment i consum energètic

L'ús del kit no produeix emissions contaminants *in-situ*. De fet, es proposa com alternativa a mètodes de transport contaminants com els cotxes, les motos i inclús el transport públic. L'únic consum energètic associat a la vida útil del producte és la càrrega periòdica de la bateria, que no pertany al kit dissenyat. Quant al seu manteniment, tots els elements han estat dissenyats amb una vida útil superior a la de la majoria d'elements d'una bicicleta convencional i no requereixen de cap manteniment específic.

11.7 Fi de vida

Al final de la vida útil del producte, els elements metàl·lics es poden fondre i ser reaprofitats. Els elements de plàstic es poden reciclar. Per tant, el kit no té cap element que esdevingui un residu no reaprofitable al final de la vida útil del kit.

12 Conclusions

En aquest Treball de Fi de Màster s'ha realitzat el disseny d'un kit d'assistència elèctrica a la pedalada per a bicicletes de quadre estàndard. S'han dut a terme les etapes pròpies d'un projecte d'enginyeria, des de la recerca sobre l'estat de l'art fins al disseny mecànic i comprovació de la resistència dels elements més crítics.

S'ha desenvolupat un nou model de kit amb corrons de fricció que proposa millorar el funcionament dels kits ja existents mitjançant l'ús de dos corrons articulats a un únic motor. La solució proposada està formada per elements de construcció senzilla i materials comuns, amb l'objectiu de poder oferir un producte de preu assequible en cas de què aquest arribés a comercialitzar-se. A més a més, el sistema de fixació i el posicionament del kit sobre la bicicleta fa que aquest sigui adient a un rang ampli de quadres de bicicleta.

Aquest projecte podria tenir continuïtat en el disseny de la part electrònica del kit, establint les connexions de la part mecànica dissenyada amb la resta d'elements necessaris pel seu funcionament: sensors, bateria i controlador.

13 Agraïments

Agraeixo al meu tutor, Joaquim M. Veciana Fontanet, la seva paciència i tota l'ajuda que m'ha donat per tirar endavant el projecte i a la meva família i amics el seu suport durant aquesta última etapa del màster.

Referències

- [1] Curtis Stewart. *The Global E-bike Market*. INSG Secretariat Briefing Paper, September 2014, No.23.
- [2] Worldwide sales of electric bicycles in 2016, by region (in million units).
[<https://www.statista.com/statistics/397765/electric-bicycle-sales-in-the-european-union-eu/>; 2 de febrer 2017]
- [3] Number of electric bicycles sold in the European Union (EU) from 2006 to 2014, (in 1,000 units).
[<https://www.statista.com/statistics/255658/worldwide-sales-of-electric-bicycles-by-region/>; 2 de febrer 2017]
- [4] Projected worldwide sales of electric bicycles in 2014 and 2023 (in million units).
[<https://www.statista.com/statistics/255653/worldwide-sales-of-electric-bicycles/>; 2 de febrer 2017]
- [5] Infografía: Historia de las bicicletas eléctricas.
[<https://www.tecnocio.com/blog/historia-de-las-bicicletas-electricas/>; 2 de febrer 2017]
- [6] Annette Muetze and Ying C. Tan. *Electric bicycles - A performance evaluation*. IEEE Industry Applications Magazine, August 2007.
- [7] Motor Brushless - Características fundamentales.
[<http://www.tronic-controls.com/imag/MOTOR%20BRUSHLESS.pdf>; 3 de febrer 2017]
- [8] Battery University.
[http://batteryuniversity.com/learn/article/secondary_batteries; 3 de febrer 2017]
- [9] *Real Decreto 2822/1998, de 23 de diciembre, por el que se aprueba el Reglamento General de Vehículos*. Pàg. 37.
- [10] *DIRECTIVA 2002/24/CE DEL PARLAMENTO EUROPEO Y DEL CONSEJO de 18 de marzo de 2002 relativa a la homologación de los vehículos de motor de dos o tres ruedas y por la que se deroga la Directiva 92/61/CEE del Consejo*. Pàg. 2.

- [11] Make your bike electric in 60 seconds.
[<https://www.geoo.com/>; 8 de febrer 2017]
- [12] Copenhagen Wheel. Rethink Powered.
[<https://superpedestrian.com/the-copenhagen-wheel>; 12 de febrer 2017]
- [13] Smart Wheel. Your own bike refreshed.
[<http://www.flykly.com/en/smart-wheel.html>; 12 de febrer 2017]
- [14] Re-think E-Bikes. The Virtus revolution.
[<http://www.sunstaribike.com/virtus-the-e-bike-revolution/drive-unit-virtus/>; 12 de febrer 2017]
- [15] Sunstar Ibike S03 electric bike kit review.
[<http://www.bikeradar.com/commuting/gear/category/bikes/electric/product/review-sunstar-s03-kit-12-2-5ah-kit-46004/>; 12 de febrer 2017]
- [16] Bafang BBS02, 750W mid-drive electric bike motor Kit Review.
[<https://www.electricbike.com/bafang-bbso2-750w-mid-drive/>; 12 de febrer 2017]
- [17] Análisis kit 8Fun Mid-drive 750 W.
[<https://www.bikelec.es/blog/analisis-kit-8fun-mid-drive-750w/>; 12 de febrer 2017]
- [18] Rubbee 3.0 - Kit motor electrico 250 W.
[<http://www.rubbee.co.uk/>; 12 de febrer 2017]
- [19] GO-E ONWHEEL Kit (Friction Drive).
[<https://www.dlbcycles.ie/electric-bike-conversions/go-e-onwheel-kit-friction-drive>; 12 de febrer 2017]
- [20] Kit Gboost Gold Universal.
[<http://gboost.bike/shop/bundle-systems-with-battery/gboost-gold-universal/>; 12 de febrer 2017]
- [21] VELOSPEEDER - The World's Lightest Bicycle Standard Motor.
[<http://www.velogical-engineering.com/velogical-velospeeder---standard-motor-for-bicycles-retrofittable>; 12 de febrer 2017]

- [22] Brushless DC - BLDC65S53A-48V.
[<http://www.nmbtc.com/motors/part-numbers/Brushless-DC-65mm/BLDC65S53A-48V/4635>; 18 de febrer 2017]
- [23] Pierre Debraux, Frederic Grappe, Aneliya V. Manolova, William Bertucci. *Aerodynamic drag in cycling: methods of assessment*. Sports Biomechanics. September 2011; 10(3): 197–218.
- [24] Màquines simples i elements de màquines.
[<http://assets.mheducation.es/bcv/guide/capitulo/8448181174.pdf>; 23 de febrer 2017]
- [25] A. Carrascosa, J.M. Fernández, C. Fernández, A. Ferrández, J.P. López-Siguero, E. Sánchez, B. Sobradillo, D. Yeste. *Estudios españoles de crecimiento 2008. Nuevos patrones antropométricos*. Endocrinol Nutr. 2008;55(10):484-506.
- [26] Bicycle performance.
[https://en.wikipedia.org/wiki/Bicycle_performance; 23 de febrer 2017]
- [27] SKF. *SKF Power transmission belts*. Pàg. 106-144.
- [28] Carles Riba Romeva. *Disseny de màquines IV. Selecció de materials. Capítols 12.4, 13.1 i 14.2*. Edicions UPC, 2007.
- [29] Cuánto dura una bicicleta.
[<http://www.rodadas.net/2011/05/02/cuanto-dura-una-bicicleta/>; 23 de febrer 2017]
- [30] Jordi Martínez Miralles, Joaquim M. Veciana Fontanet. *Quadern CM3 Engranatges*. Càlcul de màquines. Departament d'Enginyeria Mecànica. ETSEIB. Setembre 2014.
- [31] J. Bigordà, J. Fenollosa. *La fatiga dels elements mecànics*. Tem-UPC, 1993.
- [32] Rodamiento rígido de bolas S606-2Z.
[http://medias.schaeffler.com/medias/en!hp.ec.br.pr/S60...-2Z*S606-2Z?lang=es; 15 de març 2017]
- [33] Rodamiento rígido de bolas S608-2Z.
[http://medias.schaeffler.de/medias/es!hp.ec.br.pr/S60...-2Z*S608-2Z; 15 de març 2017]

- [34] Red Eléctrica Española. Estructura de Generación.
[<https://demanda.ree.es/movil/peninsula/demanda/tablas/2>; 7 de juny 2017]
- [35] Pere Roura. *I. Generalitats: l'impacte ambiental dels materials*. Seminaris de Ciència dels Materials Reciclatge dels Materials.